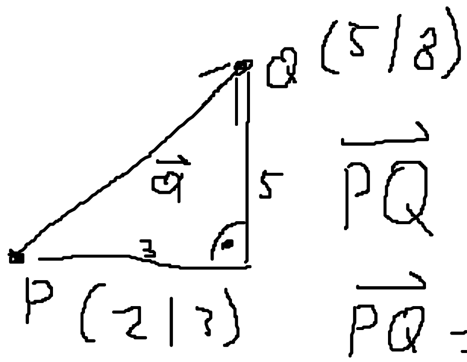


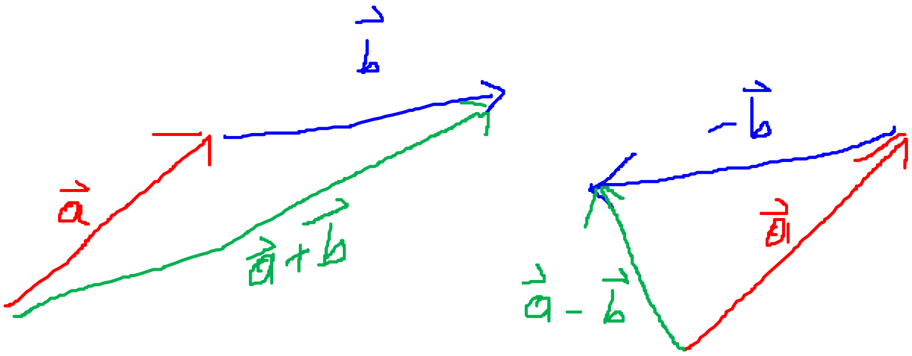
$$\overrightarrow{PQ} = Q - P$$

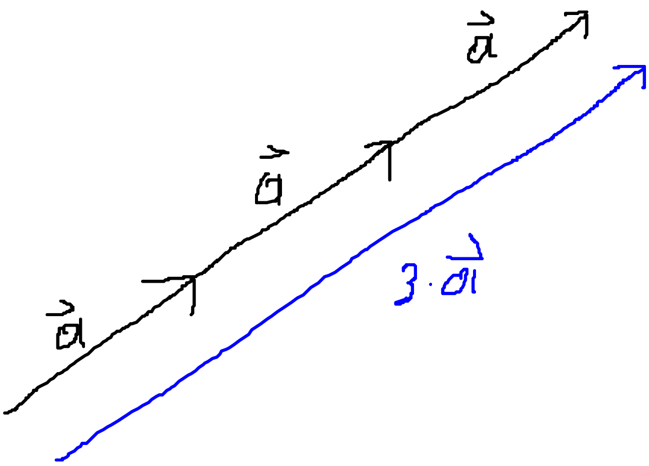
$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{3^2 + 5^2} \approx 5{,}8\ldots$$

$$\vec{a} \quad \pm \quad \vec{b} \qquad \vec{a} \pm \vec{b}$$

$$\begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_a \pm x_b \\ y_a \pm y_b \end{pmatrix}$$





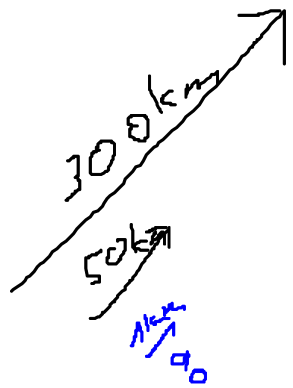
$$\begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \end{pmatrix} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b$$

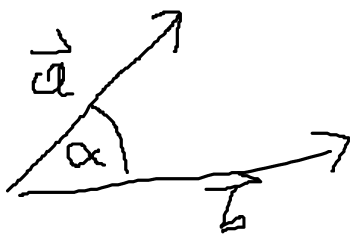
$$\vec{a} \perp \vec{b} \longrightarrow = 0$$

$$\vec{a} \longrightarrow \vec{n}_a$$

$$\begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} -y_a \\ x_a \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_0 = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$$



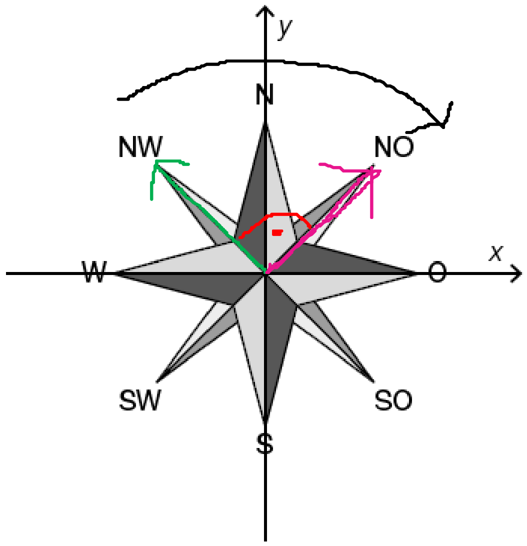


$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \longrightarrow \vec{a} = k \cdot \vec{b}$$

Nachstehend ist eine symmetrische Windrose abgebildet, die Himmelsrichtungen zeigt.



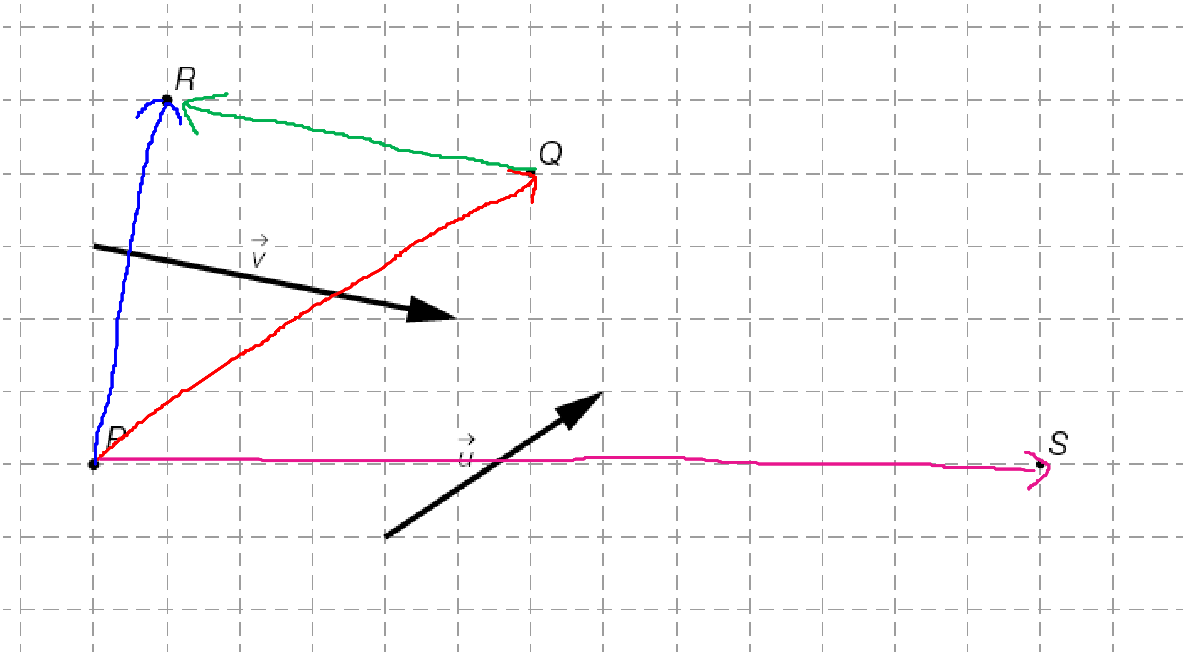
Die Geschwindigkeit eines Schiffes, das in Richtung Nordwest (NW) fährt, wird durch den Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -a \\ a \end{pmatrix}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ beschrieben.

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Vektor $\vec{v}$ an, der die Geschwindigkeit eines Schiffes beschreibt, das in Richtung Nordost (NO) fährt.

$\vec{v} =$ $\begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}$

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} -a \\ a \end{pmatrix} \longrightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ +a \end{pmatrix}$$



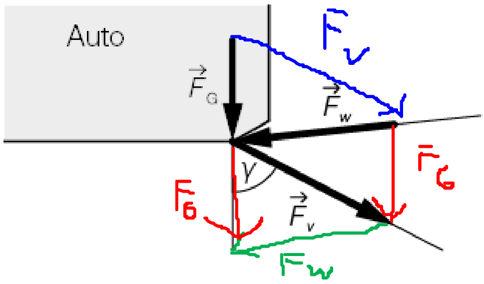
Aufgabenstellung: $\vec{u} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ $\vec{v} = \begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$

Ordnen Sie den vier Vektoren jeweils den entsprechenden Ausdruck (aus A bis F) zu.

$\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{PQ}$	E
$\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{PR}$	A
$\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{QR}$	C
$\begin{pmatrix}13\\0\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{PS}$	D

A	$2 \cdot \vec{u} - \vec{v}$
B	$2 \cdot \vec{v} - \vec{u}$
C	$-\vec{v}$
D	$2 \cdot \vec{v} + \vec{u}$
E	$2 \cdot \vec{u}$
F	$2 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v}$

Die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ kann in die Kräfte $\vec{F}_w$ und $\vec{F}_v$ zerlegt werden (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



Es gilt (alle Angaben in Kilonewton):

$\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}75 \end{pmatrix}$ und $\vec{F}_w = \begin{pmatrix} -1{,}18 \\ -0{,}12 \end{pmatrix}$

$$\vec{F}_G = \vec{F}_w + \vec{F}_v$$

$$-F_w$$

3) Ermitteln Sie die Kraft $\vec{F}_v$. *[1 Punkt]*

4) Berechnen Sie den Winkel γ. *[1 Punkt]*

$$\gamma = \arccos\left(\frac{\vec{F}_G \cdot \vec{F}_v}{|\vec{F}_G| \cdot |\vec{F}_v|}\right)$$

Parameterdarstellung einer Geraden g in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$g: X = P + t \cdot \vec{g}$ mit $t \in \mathbb{R}$

$3x - 5y = 7 \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

Gleichung einer Geraden g in $\mathbb{R}^2$

explizite Form der Geradengleichung: $g: y = k \cdot x + d$ dabei gilt $k = \tan(\alpha)$

allgemeine Geradengleichung: $g: a \cdot x + b \cdot y = c$

Normalvektordarstellung: $g: \vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P$

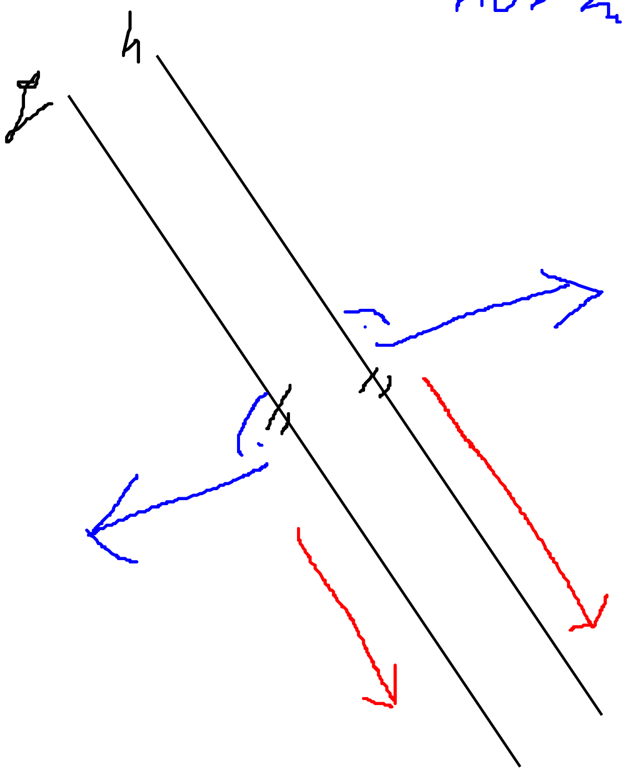
dabei gilt $\vec{n} \parallel \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ für $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lagebeziehung von 2 Geraden in $\mathbb{R}^2$

Gegeben	Parallel	Ident	Schneidend	Normal
$\boldsymbol{y = k_1 \cdot x + d_1}$ $\boldsymbol{y = k_2 \cdot x + d_2}$	$k_1 = k_2$ $d_1 \neq d_2$	$k_1 = k_2$ $d_1 = d_2$	$k_1 \neq k_2$	$k_1 = -\frac{1}{k_2}$
$\boldsymbol{y = k \cdot x + d}$ $\boldsymbol{a \cdot x + b \cdot y = c}$	$k = -\frac{a}{b}$ $d \neq \frac{c}{b}$	$k = -\frac{a}{b}$ $d = \frac{c}{b}$	$k \neq -\frac{a}{b}$	$k = \frac{b}{a}$
$\boldsymbol{y = k \cdot x + d}$ $\boldsymbol{X = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix}}$	$k = \frac{y_g}{x_g}$ $y_P \neq k \cdot x_P + d$	$k = \frac{y_g}{x_g}$ $y_P = k \cdot x_P + d$	$k \neq \frac{y_g}{x_g}$	$k = -\frac{x_g}{y_g}$
$\boldsymbol{a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = c_1}$ $\boldsymbol{a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = c_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	$\frac{a_1}{b_1} = -\frac{b_2}{a_2}$
$\boldsymbol{a \cdot x + b \cdot y = c}$ $\boldsymbol{X = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix}}$	$\frac{y_g}{x_g} = -\frac{a}{b}$ $a \cdot x_P + b \cdot y_P \neq c$	$\frac{y_g}{x_g} = -\frac{a}{b}$ $a \cdot x_P + b \cdot y_P = c$	$\frac{y_g}{x_g} \neq -\frac{a}{b}$	$\frac{y_g}{x_g} = \frac{b}{a}$
$\boldsymbol{X = P + t \cdot \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix}}$ $\boldsymbol{X = Q + t \cdot \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \end{pmatrix}}$	$\begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix} = m \cdot \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \end{pmatrix}$ $P \notin h$ bzw. $Q \notin g$ bzw. $\overrightarrow{PQ} \neq m \cdot \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix}$ bzw. $\overrightarrow{PQ} \neq m \cdot \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix} = m \cdot \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \end{pmatrix}$ $P \in h$ bzw. $Q \in g$ bzw. $\overrightarrow{PQ} = m \cdot \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix}$ bzw. $\overrightarrow{PQ} = m \cdot \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix} \neq m \cdot \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix} = m \cdot \begin{pmatrix} -y_h \\ x_h \end{pmatrix}$

richtung v.

normal v

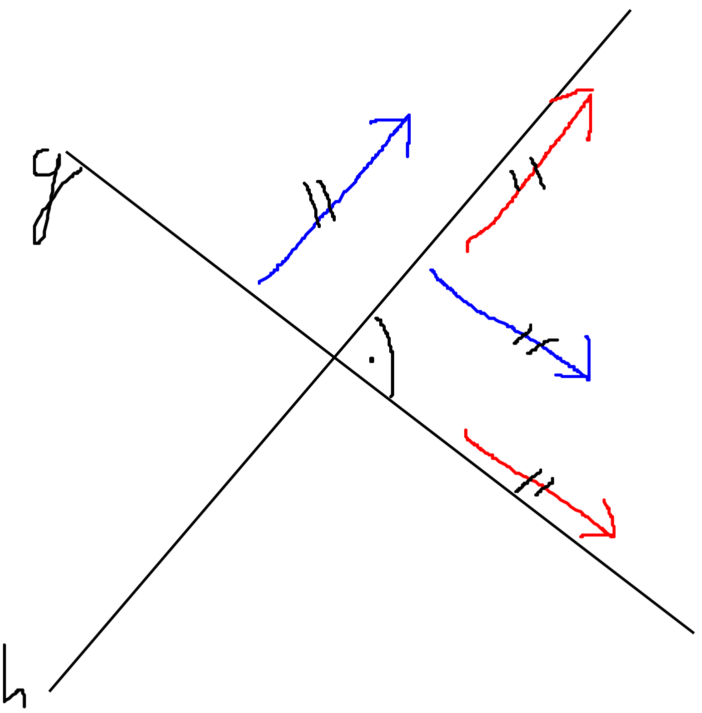


$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

$h: \boxed{5}x \boxed{-4}y = 10$

$\vec{g} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\vec{n}_h = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$



$g: X = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$h: \boxed{2}x + \boxed{5}y = 7$

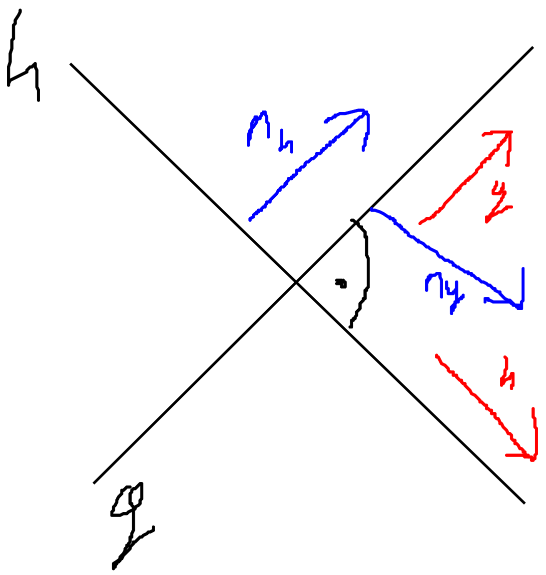
Für die zwei Geraden g und h in $\mathbb{R}^2$ gilt:

- Die Gerade g mit dem Richtungsvektor $\vec{g}$ hat den Normalvektor $\vec{n}_g$.
- Die Gerade h mit dem Richtungsvektor $\vec{h}$ hat den Normalvektor $\vec{n}_h$.
- Die Geraden g und h stehen normal aufeinander.

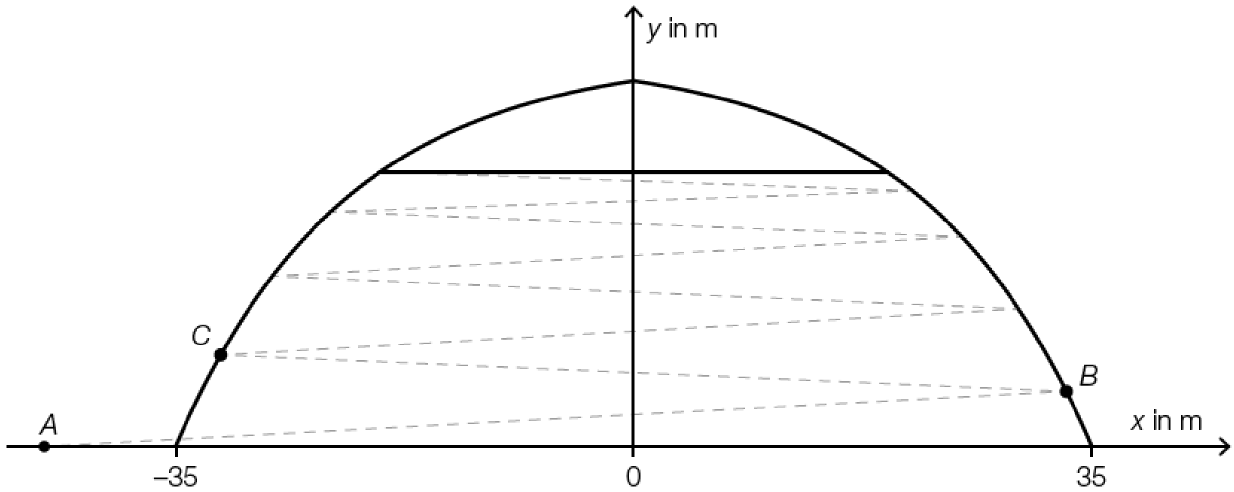
Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Bedingungen an, die auf jeden Fall gelten.

$\vec{n}_g \cdot \vec{h} = 0$	☐
$\vec{n}_g \cdot \vec{n}_h = 0$	☒
$\vec{g} = r \cdot \vec{h}$ mit $r \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	☐
$\vec{g} = r \cdot \vec{n}_h$ mit $r \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	☒
$\vec{g} \cdot \vec{n}_h = 0$	☐



c) Der Fußweg zur Aussichtsplattform besteht aus einzelnen Rampen (siehe strichlierte Geradenstücke in der nachstehenden modellhaften Abbildung).



Es gilt: $A = (-45|0)$, $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 78 \\ 4{,}2 \end{pmatrix}$ $\qquad B = A + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 33 \\ 4{,}2 \end{pmatrix}$

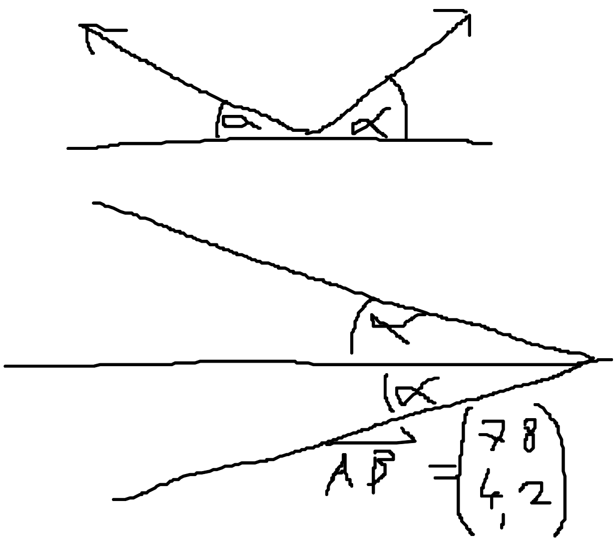
1) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B. *[1 Punkt]*

Die Neigungswinkel der Rampen sind jeweils gleich groß.

Es soll eine Parameterdarstellung der Geraden g durch die Punkte B und C erstellt werden.

2) Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$g: X = \begin{pmatrix} \boxed{33} \\ \boxed{4{,}2} \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} \boxed{-78} \\ \boxed{4{,}2} \end{pmatrix}$ *[1 Punkt]*



$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 78 \\ 4{,}2 \end{pmatrix}$