MATHAGO

Hausübung

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 1

Beim österreichischen Lotto *6 aus 45* werden bei einer Ziehung aus 45 durchnummerierten Kugeln zufällig und ohne Zurücklegen 6 Kugeln gezogen. Die Nummern der gezogenen Kugeln sind die Gewinnzahlen.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen *Lottosechser* – das heißt, dass man bei einem Tipp mit 6 Zahlen alle 6 Gewinnzahlen richtig getippt hat. (B)

Aufgabe 2

In diesem Kaffeehaus wird Zucker in kleinen Säckchen serviert, die jeweils mit einem sogenannten *Tierkreiszeichen* bedruckt sind.
In einem Korb liegen insgesamt 48 dieser Säckchen, wobei jedes der 12 verschiedenen Tierkreiszeichen genau 4-mal vorkommt.

Eine Kellnerin entnimmt dem Korb zufällig (ohne hinzusehen) 2 Säckchen und serviert diese einem Gast.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Säckchen mit dem gleichen Tierkreiszeichen bedruckt sind. (B)

Aufgabe 3

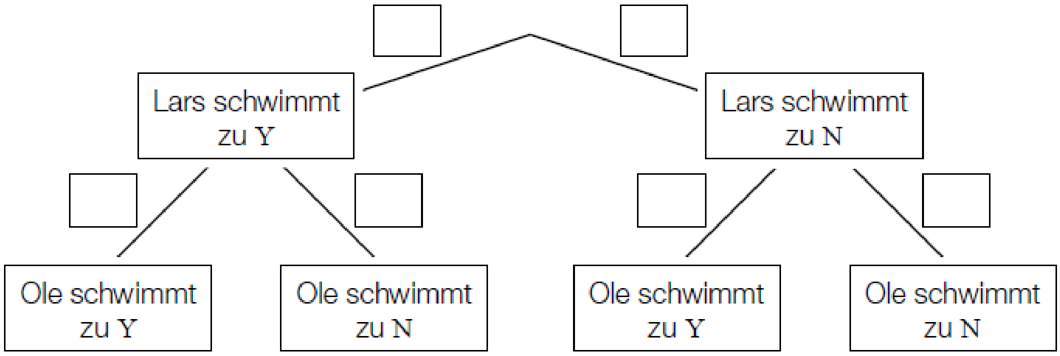
Ziel bei einem bestimmten Gewinnspiel ist es, mit einem fairen Würfel, dessen Seitenflächen mit den Augenzahlen von 1 bis 6 beschriftet sind, einen Sechser zu würfeln. (Ein Würfel heißt „fair“, wenn bei jedem Wurf unabhängig von den anderen Würfen gilt: Jede der Augenzahlen tritt mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf wie jede der anderen Augenzahlen.)
Spiel 1: Der Spieler würfelt so lange, bis er einen Sechser würfelt, höchstens jedoch dreimal.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Spieler dreimal würfelt.

Aufgabe 4

Der Seehund Lars schwimmt in 70 % der Fälle zum Buchstaben Y, sonst zum Buchstaben N. Der Seehund Ole schwimmt unabhängig davon in 80 % der Fälle zum Buchstaben Y, sonst zum Buchstaben N.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm durch Eintragen der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



Aufgabe 5

Ein bestimmter Kindergarten wird von 35 Kindern besucht, die in 2 Gruppen aufgeteilt sind.
In der Gruppe *Wale* sind 20 Kinder.
Alle anderen Kinder sind in der Gruppe *Pinguine*.

Aus allen 35 Kindern werden 2 Kinder zufällig ausgewählt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide ausgewählten Kinder aus derselben Gruppe sind. (B)

Aufgabe 6

Bei der Qualitätskontrolle eines fehlerhaften Bauteils wird ein Fehler mit der konstanten Wahrscheinlichkeit p übersehen.

Die Kontrolle wird deshalb jeweils bis zu 4-mal unabhängig voneinander durchgeführt. Wird der Fehler bei einer Durchführung der Kontrolle erkannt, so wird das fehlerhafte Bauteil nicht mehr weiter kontrolliert.

– Erstellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung folgender Wahrscheinlichkeit:

P(„der Fehler wird bei der 3. Durchführung der Kontrolle erkannt“) = ____________________ (A)

Aufgabe 7

Die Spielfigur mit dem Namen *Tuly* gibt 4 Schüsse ab und trifft das Ziel bei jedem Schuss unabhängig von den anderen Schüssen mit der Wahrscheinlichkeit p.

– Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung folgender Wahrscheinlichkeit auf:

P(„*Tuly* erzielt mindestens 1 Treffer“) = ____________________________________ (A)

Aufgabe 8

Von 193 Staaten haben n eine Flagge mit Kreuz. Aus diesen 193 Flaggen wird 1 Flagge zufällig ausgewählt.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeit:

P(„die ausgewählte Flagge hat kein Kreuz“) = ______________________ (A)

Aufgabe 9

Für eine bestimmte Region in der Schweiz wurden folgende Daten erhoben:

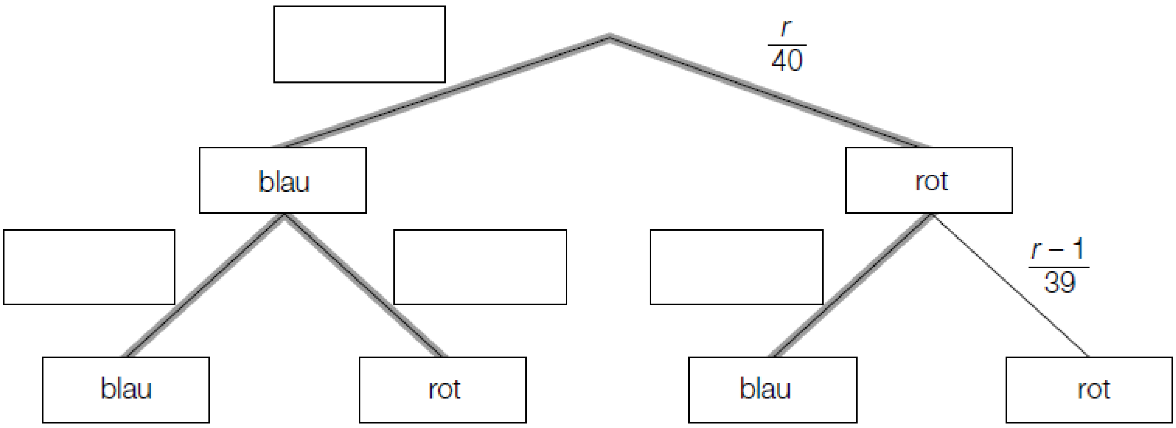
Verlustursache	Anzahl verloren gegangener Schafe
Steinschlag	18
Blitzschlag	15
Absturz bzw. nicht gefunden	19
Krankheit	5
Luchs	10
gesamt	67

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 2 zufällig ausgewählten verloren gegangenen Schafen beide durch Krankheit verloren gingen. (B)

Aufgabe 10

Eine Schachtel enthält insgesamt 40 Wasserbomben in den Farben Rot und Blau. Es gibt r rote und b blaue Wasserbomben. Sophia zieht ohne hinzusehen und ohne Zurücklegen 2 Wasserbomben aus dieser Schachtel.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



– Beschreiben Sie ein Ereignis E_1 im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mithilfe der markierten Äste im obigen Baumdiagramm berechnet werden kann. (R)

Die Wahrscheinlichkeit, dass Sophia 2 rote Wasserbomben zieht, beträgt $\frac{7}{60}$.

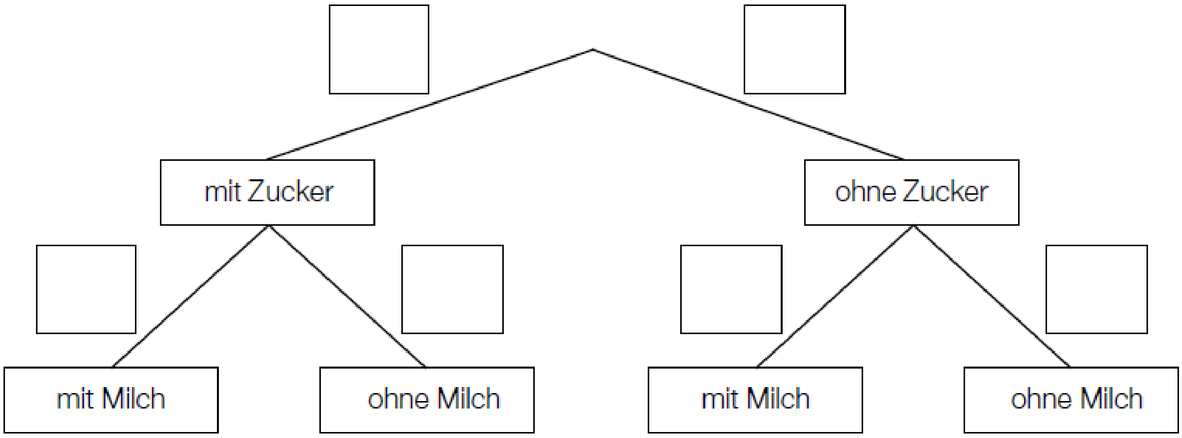
– Berechnen Sie die ursprüngliche Anzahl r der roten Wasserbomben in der Schachtel. (B)

Aufgabe 11

Bei einer Umfrage unter Kaffeetrinkerinnen und -trinkern wurde nach den Vorlieben beim Kaffeegenuss gefragt.

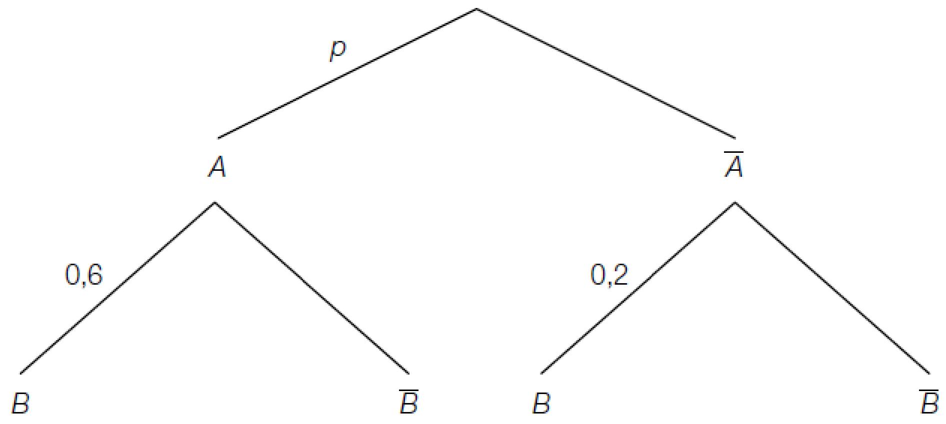
Von den insgesamt n befragten Personen gaben a Personen an, dass sie ihren Kaffee mit Zucker trinken.
60 % der Personen, die ihren Kaffee mit Zucker trinken, geben zusätzlich Milch in ihren Kaffee.
35 % der Personen, die ihren Kaffee ohne Zucker trinken, geben Milch in ihren Kaffee.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



Aufgabe 12

In der nachstehenden Abbildung ist ein Baumdiagramm für ein zweistufiges Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B sowie deren Gegenereignissen $\overline{A}$ und $\overline{B}$ dargestellt.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Ereignis A eintritt, beträgt p.



– Geben Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B)$ für das Eintreten von Ereignis B in Abhängigkeit von p an.

$P(B) =$ ____________________________________

– Bestimmen Sie den Wert von p so, dass $P(B)$ gleich 0,3 ist.

– Geben Sie den größtmöglichen Wert an, den die Wahrscheinlichkeit $P(B)$ annehmen kann.

Aufgabe 13

Bei der Produktion von Hemden treten erfahrungsgemäß drei verschiedene Fehler A, B und C unabhängig voneinander auf.

Für die Wahrscheinlichkeiten des Auftretens dieser Fehler gilt:

$P(A) = a$
$P(B) = b$
$P(C) = c$

Ein Hemd wird zufällig ausgewählt und überprüft.

- Berechnen Sie für $a = 5\ \%$, $b = 8\ \%$ und $c = 10\ \%$ die Wahrscheinlichkeit, dass das ausgewählte Hemd genau einen der drei Fehler aufweist, und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

- Geben Sie einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass von fünf zufällig ausgewählten Hemden keines den Fehler A aufweist.
- Geben Sie an, welche Wahrscheinlichkeit im gegebenen Kontext durch den Term $a \cdot b \cdot (1 - c)$ beschrieben wird.

Aufgabe 14

In einem Betrieb gibt es a Personen, die Sport betreiben, und b Personen, die das nicht tun. Die Anzahl der Frauen im Betrieb ist c. Von allen Personen im Betrieb, die Sport betreiben, sind d männlich.

Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle durch entsprechende Terme mithilfe der gegebenen Variablen!

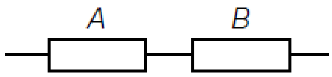
	Personen, die Sport betreiben	Personen, die keinen Sport betreiben
Männer	d	
Frauen		

Drei Personen des Betriebes werden zufällig ausgewählt. Stellen Sie einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit auf, dass diese drei Personen keinen Sport betreiben, und erklären Sie Ihre Vorgehensweise!

Aufgabe 15

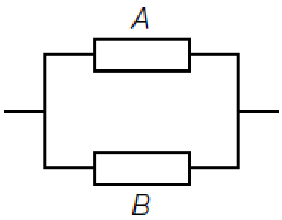
In dieser Aufgabe angegebene Schaltungen bestehen aus Bauteilen vom Typ *A* und/oder Typ *B*. Ein Bauteil vom Typ *A* hat eine Ausfallwahrscheinlichkeit *a* und ein Bauteil vom Typ *B* hat eine Ausfallwahrscheinlichkeit *b*, wobei man davon ausgehen kann, dass alle Bauteile unabhängig voneinander funktionieren.

Eine Serienschaltung zweier Bauteile (wie nachstehend abgebildet) funktioniert, wenn <u>beide Bauteile</u> funktionieren.



(Abb. 1)

Eine Parallelschaltung zweier Bauteile (wie nachstehend abgebildet) funktioniert, wenn <u>mindestens einer der beiden Bauteile</u> funktioniert.



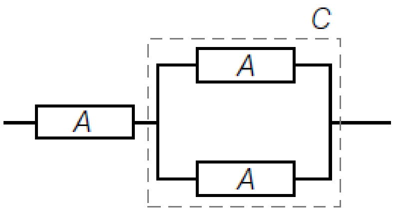
(Abb. 2)

Geben Sie einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass eine Serienschaltung der Bauteile vom Typ A und vom Typ B (siehe Abb. 1) funktioniert!

Geben Sie weiters einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass eine Parallelschaltung der Bauteile vom Typ A und vom Typ B (siehe Abb. 2) funktioniert!

Durch eine Parallelschaltung zweier Bauteile vom Typ *A* entsteht ein Bauteil vom Typ *C*.

Geben Sie einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass eine Serienschaltung der Bauteile vom Typ *A* und vom Typ *C* (siehe Abb. 3) funktioniert, und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!



(Abb. 3)

Für den Bauteil vom Typ *C* gibt Lena folgenden Term an: $a \cdot (1 - a) + (1 - a) \cdot a + a^2$
Geben Sie an, welche Wahrscheinlichkeit durch diesen Term beschrieben wird!