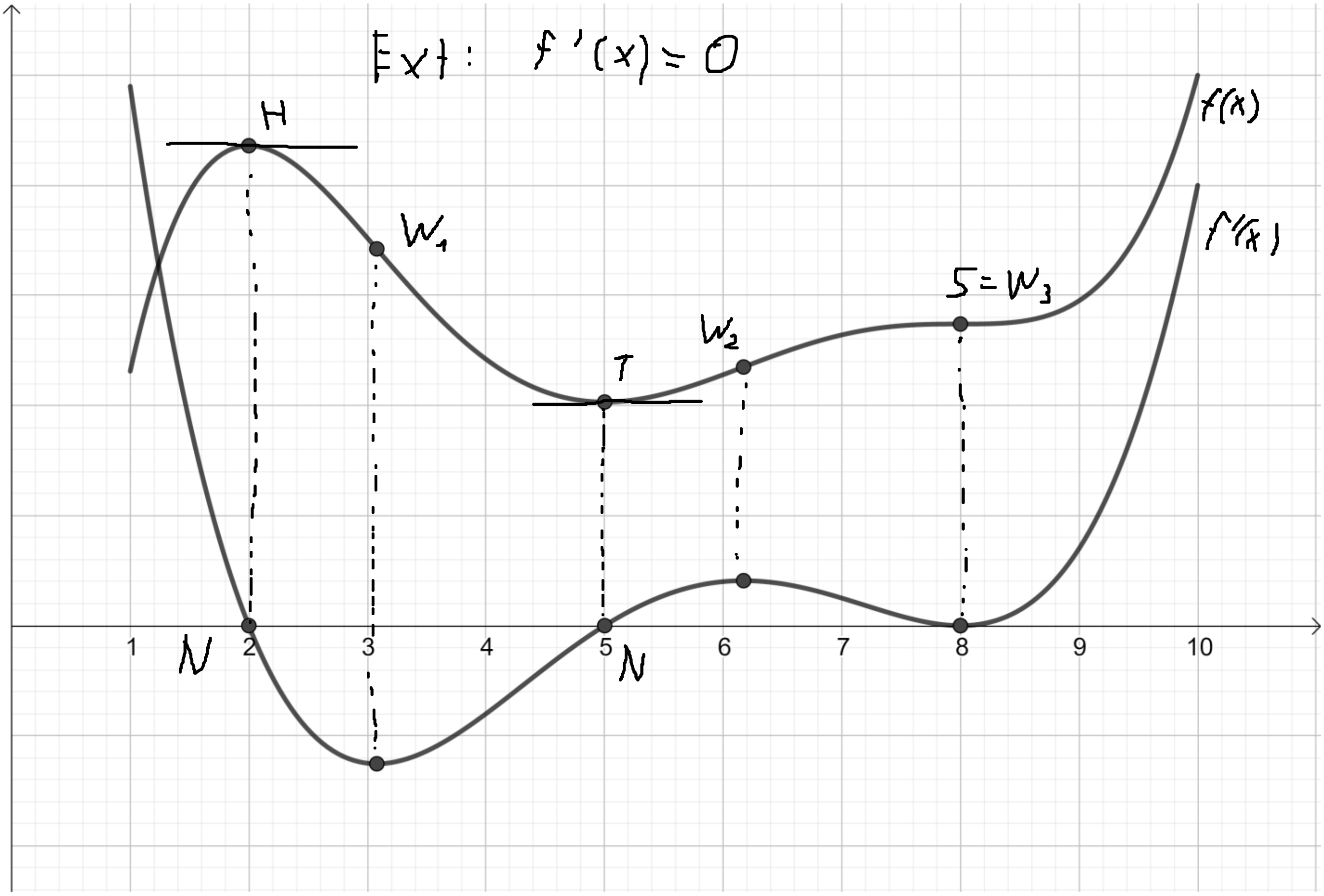
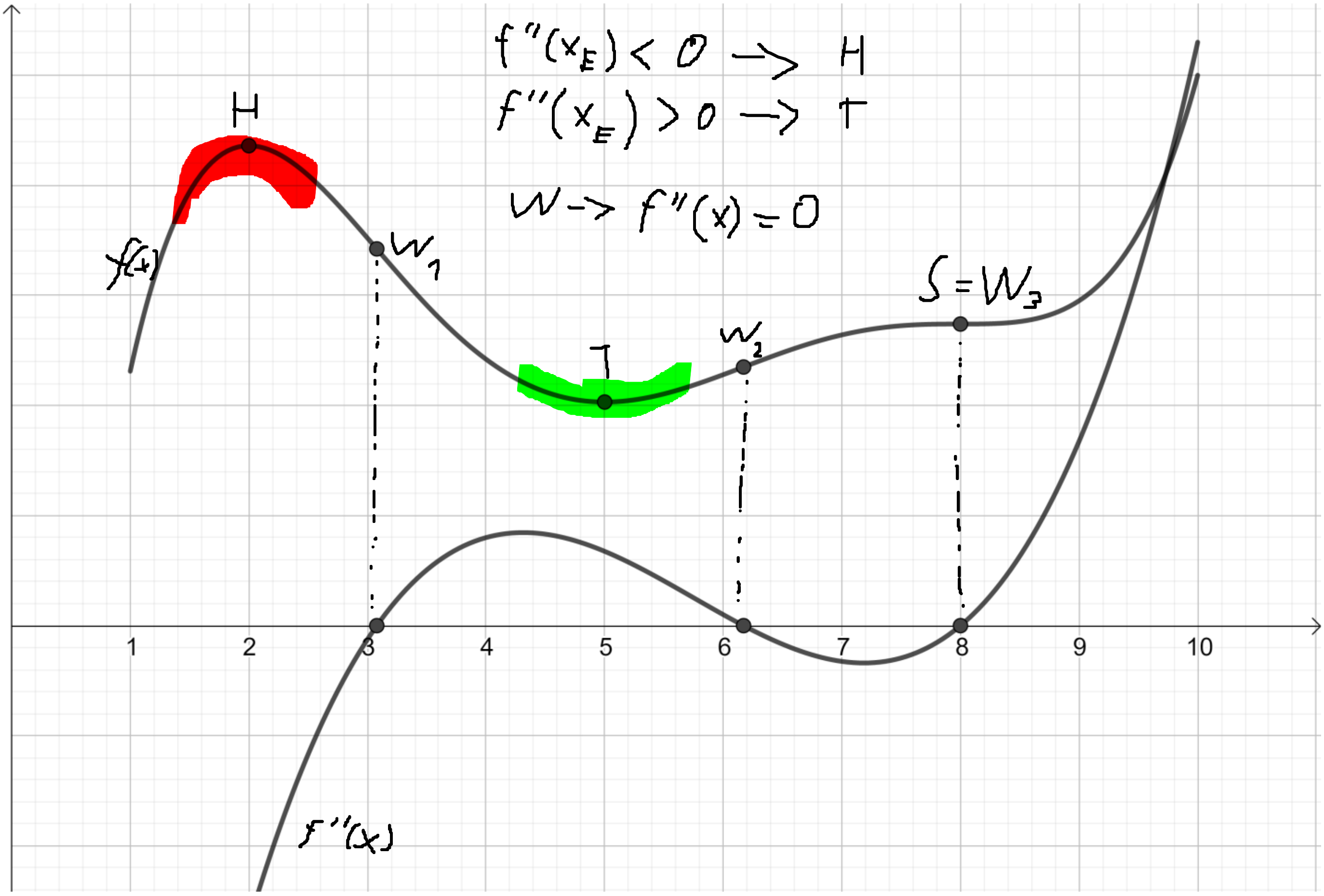


Ext: f '(x) = 0
H
W1
T
W2
S = W3
f(x)
f'(x)
N
N
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10



$f''(x_E) < 0 \rightarrow H$
$f''(x_E) > 0 \rightarrow T$
$W \rightarrow f''(x) = 0$
H
f(x)
W_1
T
W_2
$S = W_3$
$f''(x)$
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

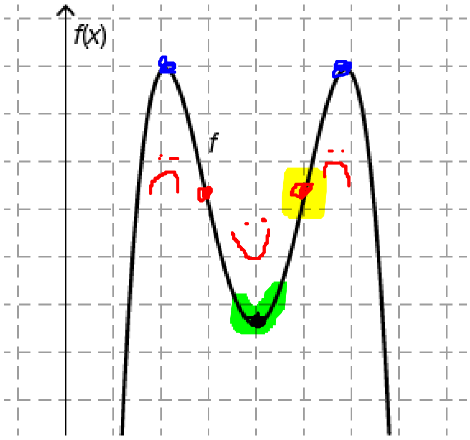
$F(x)$ N E W

$f(x)$ N E W

$f'(x)$ N E W

$f''(x)$ N E W

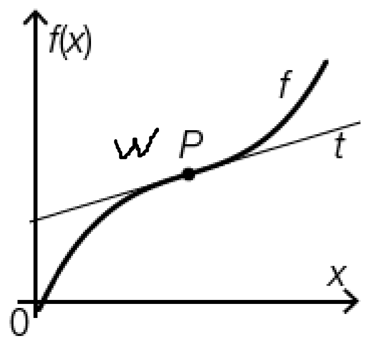
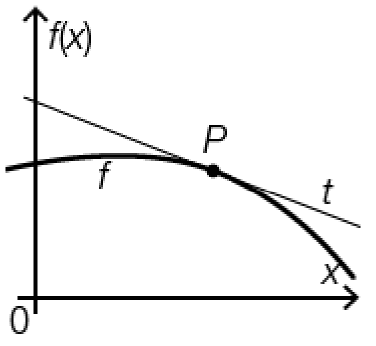
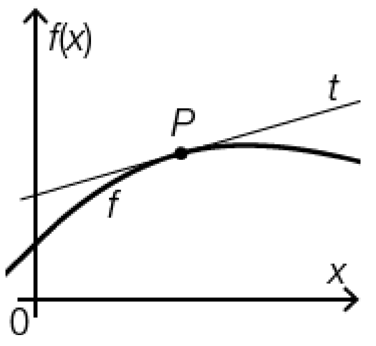
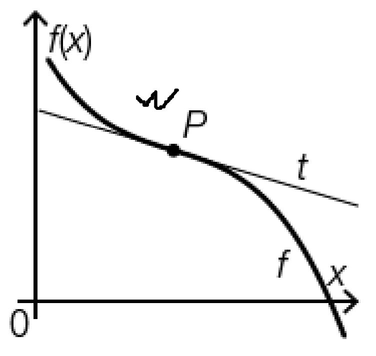
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion 4. Grades $f: x \mapsto f(x)$ dargestellt. Die x-Achse ist nicht eingezeichnet.



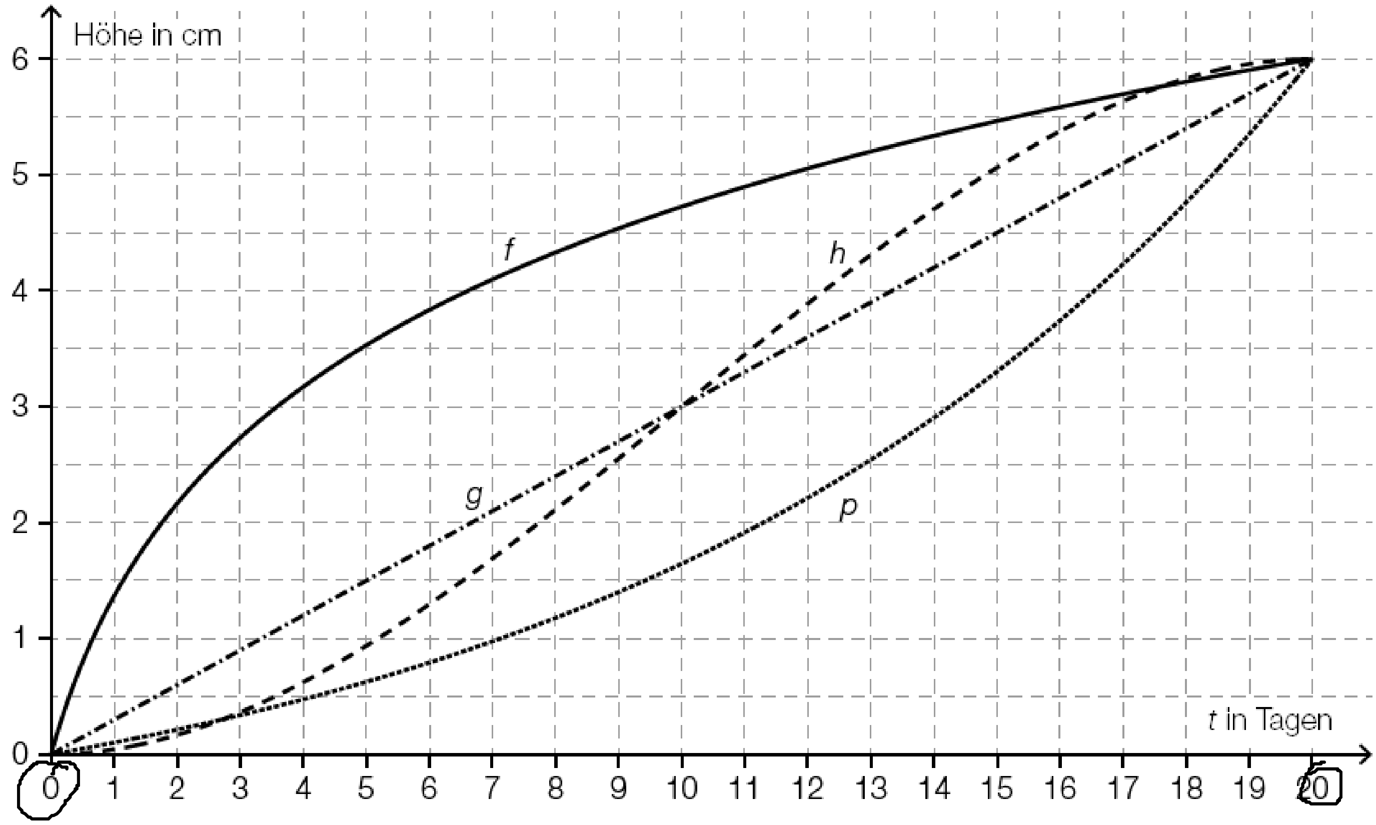
Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die für die dargestellte Polynomfunktion f bei jeder Lage der x-Achse zutreffen.

Es gibt genau zwei Stellen x_1 und x_2 mit $f(x_1) = 0$ und $f(x_2) = 0$.	☐
Es gibt genau zwei Stellen x_1 und x_2 mit $f'(x_1) = 0$ und $f'(x_2) = 0$.	☐
Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f''(x_1) = 0$.	☐
Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f'(x_1) = 0$ und $f''(x_1) > 0$.	☐
Es gibt genau eine Stelle x_1 mit $f'(x_1) > 0$ und $f''(x_1) = 0$.	☐

	E
	D
	B
	F

A	$f'(x_P) > 0$ und $f''(x_P) > 0$ ∪
B	$f'(x_P) > 0$ und $f''(x_P) < 0$ ∩
C	$f'(x_P) < 0$ und $f''(x_P) > 0$ ∪
D	$f'(x_P) < 0$ und $f''(x_P) < 0$ ∩
E	$f'(x_P) > 0$ und $f''(x_P) = 0$ W
F	$f'(x_P) < 0$ und $f''(x_P) = 0$ W



Im Zeitintervall [0; 20] ist die 1. Ableitung streng monoton steigend.	D
Im Zeitintervall [0; 20] ist die 2. Ableitung immer negativ.	A

A	f
B	g
C	h
D	p

f(x)	/	\	∪	∩
f'(x)	+	−	/	\
F''(x)			+	−

Die Größe der Maulöffnung bei einem Beutestoß eines Furchenwals kann näherungsweise durch die Funktion m beschrieben werden:

$$m(t) = \frac{1}{175} \cdot (-17 \cdot t^4 + 204 \cdot t^3 - 922{,}5 \cdot t^2 + 1\,863 \cdot t) \text{ mit } 0 \leq t \leq 6$$

t ... Zeit seit Beginn des Öffnens des Mauls in s
$m(t)$ ... Größe der Maulöffnung zur Zeit t in m^2

1) Ermitteln Sie die maximale Größe der Maulöffnung. $\rightarrow$ H [1 Punkt]

T(t) max Temperatur H

max Temperaturanstieg W

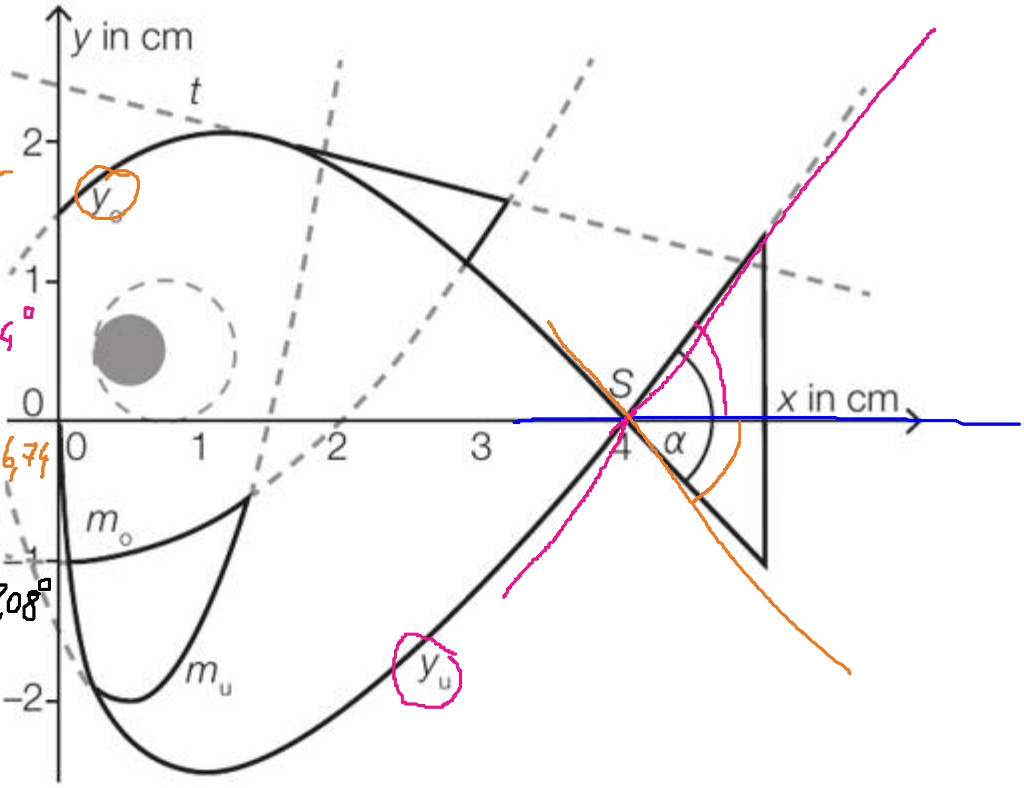
$y_u'(4) = 1{,}25$

$y_o'(4) = -1{,}0625$

$\arctan(1{,}25) = 51{,}34°$

$\arctan(-1{,}0625) = -46{,}74$

$\alpha = 51{,}34 + 46{,}74 = 98{,}08°$



Die Funktionen y_u und y_o sind definiert durch:

$y_u(x) = \frac{5}{2} \cdot \left(x - 2 \cdot \sqrt{x}\right)$ und $y_o(x) = \frac{11}{256} \cdot x^3 - \frac{33}{64} \cdot x^2 + x + \frac{3}{2}$

x, $y_u(x)$, $y_o(x)$ … Koordinaten in cm

a) – Berechnen Sie den Winkel α.

$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + cx + d$

$N(8|0) \rightarrow f(8) = 0$

$P(2|3) \rightarrow f(2) = 3$

$x = 5 \quad k = -1 \rightarrow f'(5) = -1$

$x = 4 \quad \alpha = 60^\circ \rightarrow f'(4) = \tan(60^\circ)$

$x = 4 \quad \alpha = 60^\circ \rightarrow f'(4) = \tan(-60^\circ)$

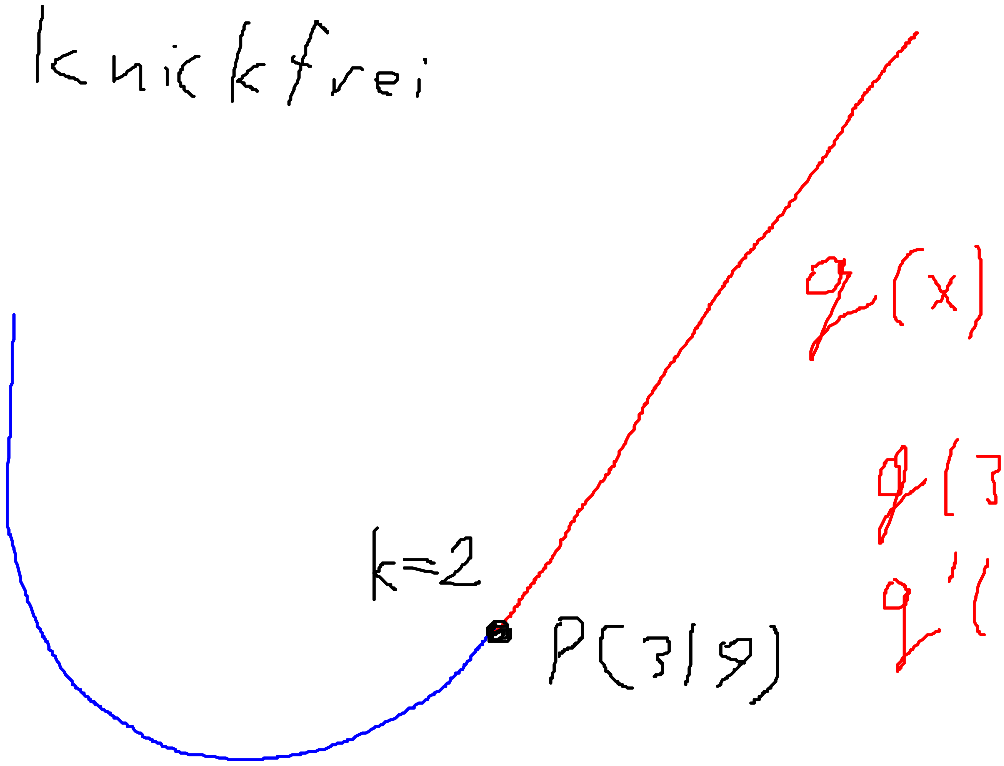
$H(-1|7) \rightarrow f(-1) = 7$

$\rightarrow f'(-1) = 0$

$W(6|2) \rightarrow f(6) = 2$

$\rightarrow f''(6) = 0$

knickfrei



$g(3) = 9$

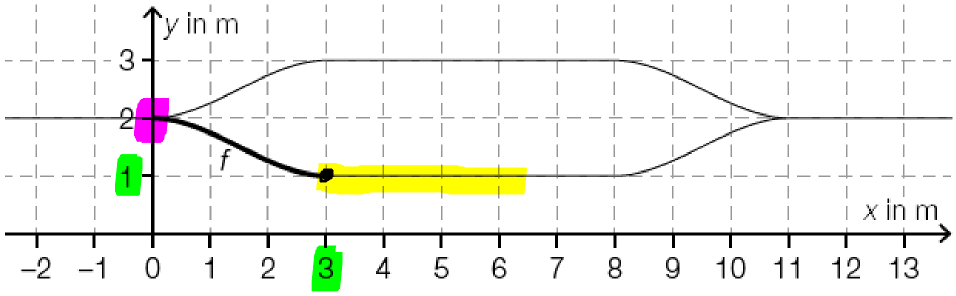
$g'(3) = 2$

$f(x)$ $\quad f(3) = 9$

$f'(3) = 2$

$$f(x_1) = g(x_1)$$

$$f'(x_1) = g'(x_1)$$



Der Funktionsgraph von *f* schließt an den Stellen 0 und 3 knickfrei an die eingezeichneten Geradenstücke an. „Knickfrei" bedeutet, dass die Funktionen an denjenigen Stellen, an denen ihre Graphen aneinander anschließen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben.

Für die Funktion *f* gilt:

$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ $\qquad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

x, $f(x)$ … Koordinaten in m

Die Koeffizienten *a*, *b*, *c* und *d* können mithilfe eines linearen Gleichungssystems berechnet werden. Der Ansatz für zwei der benötigten Gleichungen lautet:

$f(3) = 27 \cdot a + 9 \cdot b + 3 \cdot c + d = \boxed{1}$

$f'(3) = 27 \cdot a + 6 \cdot b + c = \boxed{0}$

1) Vervollständigen Sie mithilfe der obigen Abbildung die beiden Gleichungen, indem Sie jeweils die fehlende Zahl in das dafür vorgesehene Kästchen schreiben. *[2 Punkte]*

2) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Wert des Koeffizienten *d* ab. *[1 Punkt]*

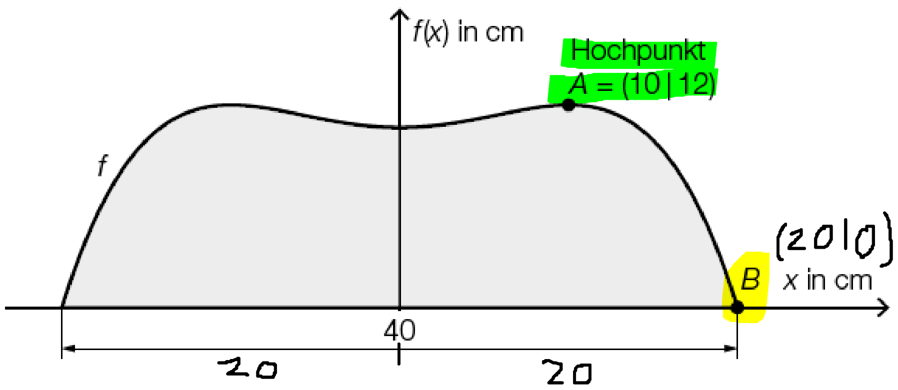
$d = 2$

In der nachstehenden Abbildung ist der Umriss des hinteren Teils eines Boards von oben betrachtet dargestellt. Die Begrenzungslinie kann näherungsweise durch eine Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$ beschrieben werden.

I $f(20) = 0$

II $f(10) = 12$

III $f'(10) = 0$



x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu A und B ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c. *[2 Punkte]*

2) Berechnen Sie die Koeffizienten a, b und c. *[1 Punkt]*

I: $a \cdot 20^4 + b \cdot 20^2 + c = 0$

II: $a \cdot 10^4 + b \cdot 10^2 + c = 12$

III: $4 \cdot a \cdot 10^3 + 2 \cdot b \cdot 10 \cancel{+c} = 0$

$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$

	a	b	c	E
I	20^4	20^2	1	0
II	10^4	10^2	1	12
III	$4 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10$	0	0