MATHAGO

Hausübung

Binomialverteilung

Aufgabe 1

Eine Untersuchung über Kometen ergab, dass jeder neu entdeckte Komet mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % eine sogenannte *hyperbolische Bahn* hat.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den letzten 5 neu entdeckten Kometen genau 1 Komet eine hyperbolische Bahn hat. (B)

Aufgabe 2

Eine Erhebung ergab, dass eine zufällig ausgewählte Person mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % ihr Handy nicht bei sich hat.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 zufällig ausgewählten Personen höchstens 2 ihr Handy nicht bei sich haben. (B)

Aufgabe 3

In einem Online-Spiel kann man zwischen verschiedenen Spielfiguren wählen. Das Online-Spiel wird von 10 Personen gespielt. Jede Person wählt dabei unabhängig von den anderen Personen eine Spielfigur aus.

Jede Person wählt mit einer Wahrscheinlichkeit von 18 % eine grüne Spielfigur aus.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 der 10 Personen eine grüne Spielfigur auswählen. (B)

Aufgabe 4

Brieflose können online gekauft werden.
Die Wahrscheinlichkeit, beim Kauf eines Loses mehr als 1 Euro zu gewinnen, beträgt für jedes Los 6 %.

Dejan kauft 10 Lose.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Dejan dabei mindestens 2 Lose mit einem Gewinn von mehr als 1 Euro kauft. (B)

Aufgabe 5

In einem Forschungszentrum wird die Lernfähigkeit von Seehunden erforscht. Die Seehunde sollen dabei zu einem Schild mit dem Buchstaben Y oder zu einem Schild mit dem Buchstaben N schwimmen. Schwimmen sie zum Buchstaben Y, bekommen sie einen Fisch.

Untrainierte Seehunde schwimmen beim ersten Versuch mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 50 % zu einem der beiden Buchstaben.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 8 von 10 untrainierten Seehunden beim ersten Versuch einen Fisch bekommen. (B)

Aufgabe 6

In einem bestimmten Hotel in Italien weiß man aus Erfahrung, dass ein zufällig ausgewählter Gast mit einer Wahrscheinlichkeit von 55 % aus Deutschland kommt.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeit:

P(„von n zufällig ausgewählten Gästen kommt niemand aus Deutschland“) = ______________

Aufgabe 7

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Gepard eine Gazelle erbeutet, liegt bei jedem Versuch unabhängig voneinander bei 30 %.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$P(E) = \binom{n}{1} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^{n-1}$$ (R)

Aufgabe 8

In einem bestimmten Kaffeehaus weiß man aus langjähriger Erfahrung, dass 20 % der Gäste ihren Tee ohne Zucker trinken. Es werden 40 Gäste zufällig ausgewählt.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von diesen 40 zufällig ausgewählten Gästen höchstens 10 ihren Tee ohne Zucker trinken. (B)
- Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

  $40 \cdot 0{,}2 = 8$ (R)

Aufgabe 9

Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Tipp 1 *Lottofünfer* zu haben, beträgt für jede Ziehung unabhängig voneinander p. Peter gibt bei m Ziehungen jeweils einen Tipp ab.

– Erstellen Sie mithilfe von m und p einen Ausdruck zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass Peter bei m verschiedenen Ziehungen genau 1 *Lottofünfer* hat. (A)

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:
$P(E) = (1 - p)^5$ (R)

Aufgabe 10

In einem Casino kann Roulette gespielt werden. Beim Roulette kann bei jedem Spiel auf die Zahlen von 0 bis 36 gesetzt werden.

Fritz spielt n Spiele, die voneinander unabhängig sind, und setzt bei jedem Spiel auf die Zahl 17. Die Wahrscheinlichkeit, dass Fritz gewinnt, beträgt bei jedem Spiel $\frac{1}{37}$.

– Erstellen Sie mithilfe von n eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass Fritz bei mindestens 1 dieser n Spiele gewinnt. (A)

Gabi setzt bei jedem Spiel auf 6 verschiedene Zahlen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Gabi gewinnt, beträgt bei jedem Spiel $\frac{6}{37}$.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Gabi bei genau 2 von 5 Spielen gewinnt. (B)

Aufgabe 11

Bei einem Wettbewerb schießen Kinder mit ihren Wasserbomben auf leere Kunststoffflaschen. Manfred wirft n-mal. Er trifft dabei bei jedem Wurf mit einer gleichbleibenden Wahrscheinlichkeit von 45 %.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:

$P(E) = \binom{n}{1} \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55^{n-1}$ (R)

Aufgabe 12

Eine Maschine produziert Holzfiguren. Erfahrungsgemäß liegt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine produzierte Holzfigur unbrauchbar ist, unabhängig von den anderen Holzfiguren für jede Holzfigur bei 5 %.

Es werden 180 Holzfiguren mit dieser Maschine produziert. Die binomialverteilte Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der unbrauchbaren Holzfiguren.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X kleiner als der Erwartungswert $E(X)$ ist.

Mit dieser Maschine werden n Holzfiguren produziert. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle n Holzfiguren brauchbar sind, soll höher als 3 % sein.

– Ermitteln Sie den größtmöglichen Wert von n, für den diese Bedingung erfüllt ist.

Aufgabe 13

Eine Prüfung soll in Form eines Multiple-Choice-Tests durchgeführt werden. Zu jeder der 15 voneinander unabhängigen Fragen gibt es 5 Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine richtig ist. Bei jeder Frage wird eine Antwortmöglichkeit zufällig und unabhängig von den anderen angekreuzt.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit p_1 für das richtige Ankreuzen bei mindestens einer Frage.

Die Wahrscheinlichkeit p_1 soll durch eine Verringerung der Fragenanzahl auf n Fragen mit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ um mindestens fünf Prozentpunkte verringert werden.

– Geben Sie eine Ungleichung zur Berechnung von n und alle möglichen Werte von n an.

Aufgabe 14

Ein Glücksrad ist in die drei unterschiedlich großen Sektoren S_1, S_2 und S_3 unterteilt. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger des Glücksrads nach einer Drehung auf den Sektor S_1 zeigt, beträgt bei jeder Drehung unabhängig von allen anderen Drehungen p_1. Für den Sektor S_2 beträgt diese Wahrscheinlichkeit 0,5 und für den Sektor S_3 beträgt diese Wahrscheinlichkeit p_3.

– Interpretieren Sie den Term $(1 - p_1)^5$ im gegebenen Kontext.

Das Glücksrad wird zehnmal gedreht. Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Drehungen, nach denen der Zeiger des Glücksrads auf den Sektor S_1 zeigt.
Es gilt: $P(X \geq 1) = 0{,}8$

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten p_1 und p_3.

Aufgabe 15

Weltweit sprechen ca. 1,5 Milliarden Menschen Englisch und ca. 420 Millionen Menschen Spanisch. Nur jeder vierte Englisch sprechende Mensch hat Englisch als Muttersprache erlernt. Bei den Spanisch sprechenden Menschen sind es elf von vierzehn Menschen, die Spanisch als Muttersprache erlernt haben.

Von den Englisch sprechenden Menschen werden sieben Personen zufällig und unabhängig voneinander ausgewählt.

- Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass genau drei dieser sieben Personen Englisch als Muttersprache erlernt haben.

Drei Englisch sprechende und zwei Spanisch sprechende Personen werden zufällig und unabhängig voneinander ausgewählt.

Die ausgewählten Englisch sprechenden Personen sprechen nicht Spanisch und die ausgewählten Spanisch sprechenden Personen sprechen nicht Englisch.

- Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass genau vier dieser fünf Personen diese Sprache als Muttersprache erlernt haben.