$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$n = 100 \quad p = 0{,}05$

$$\binom{100}{6}\cdot 0{,}05^{6}\cdot 0{,}95^{94}$$

$$\binom{100}{6}\cdot 0{,}05^{94}\cdot 0{,}95^{6}$$

$\binom{n}{0}=1$

$\binom{n}{n}=1$

$\binom{n}{1}=n$

$\binom{n}{n-1}=n$

$$\underbrace{\binom{100}{0}}_{1}\cdot\underbrace{0{,}05^{0}}_{1}\; 0{,}95^{100}$$

$$\underbrace{0{,}95^{100}}_{P(X=0)} + \underbrace{100\cdot 0{,}05^{1}\cdot 0{,}95^{99}}_{P(X=1)} = P(X\leq 1)$$

$\binom{100}{1}$

$$\underbrace{1-\underbrace{0{,}95^{100}}_{P(X=0)}}_{P(X\geq 1)}$$

0 1 2 .... 99 100

$$P(X\leq 12) = P(X=0) + P(X=1) + \ldots\ldots + P(X=12)$$

$$= \sum_{k=0}^{12}\binom{100}{k}\cdot 0{,}05^{k}\cdot 0{,}95^{100-k}$$

$$P(X\geq 5) = \sum_{k=5}^{100} \text{———— '' ————}$$

$$\mu = n\cdot p$$

$$\mu = 100\cdot 0{,}05 = 5$$

$$\sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}$$

Eine Münze zeigt nach einem Wurf entweder *Kopf* oder *Zahl*. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze *Kopf* zeigt, ist bei jedem Wurf genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass sie *Zahl* zeigt. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig. Die Münze wird 20-mal geworfen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesen 20 Würfen die Münze genau 12-mal *Kopf* zeigt.

$n = 20$

$p = 0{,}5$

$k = 12$

Ein Hotelmanager geht aufgrund langjähriger Erfahrung davon aus, dass jede Zimmerbuchung, die unabhängig von anderen Zimmerbuchungen erfolgte, mit 10%iger Wahrscheinlichkeit storniert wird. Er nimmt für einen bestimmten Termin 40 voneinander unabhängige Zimmerbuchungen an.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an diesem Termin von den 40 Zimmerbuchungen höchstens 5 % storniert werden.

$n = 40$

$p = 0,1$

$40 \cdot 0,05 = 2$

$k \leq 2$

$P(X \leq 2) = 22,3\,\%$

Erfahrungsgemäß wird man bei einer Fahrt mit einer bestimmten U-Bahn-Linie mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,5 % kontrolliert.

$n = 300$
$p = 0{,}025$

Eine Person fährt 300-mal mit dieser U-Bahn-Linie.

1) Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils das entsprechende Ereignis aus A bis D zu. *[2 zu 4]* *[1 Punkt]*

| | |
|---|---|
| $\binom{300}{2} \cdot 0{,}975^{298} \cdot 0{,}025^2$ | A |
| $\underbrace{1 - \underbrace{\binom{300}{1} \cdot 0{,}975^{299} \cdot 0{,}025^1}_{P(X=1)} - \underbrace{\binom{300}{0} \cdot 0{,}975^{300} \cdot 0{,}025^0}_{P(X=0)}}_{P(X \geq 2)}$ | D |

| | |
|---|---|
| A | Die Person wird genau 2-mal kontrolliert. |
| B | Die Person wird genau 2-mal nicht kontrolliert. |
| C | Die Person wird mindestens 2-mal nicht kontrolliert. |
| D | Die Person wird mindestens 2-mal kontrolliert. |

0 1 2 3 . . . . 300

Eine Versuchsperson muss auf Basis ihrer paranormalen Fähigkeiten angeben, unter welcher von 10 Schachteln ein Glas Wasser versteckt ist. Der Versuch wird 13-mal durchgeführt, wobei das Glas Wasser jedes Mal neu versteckt wird. Um die Testphase zu bestehen, müssen bei 13 Durchführungen des Versuchs 7 oder mehr Treffer erzielt werden.

Es wird angenommen, dass die Versuchsperson keine paranormalen Fähigkeiten besitzt und daher bei jeder Durchführung des Versuchs mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % einen Treffer erzielt.

$\mu = n \cdot p = 13 \cdot 0{,}1 = 1{,}3$

1) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Treffer. *[1 Punkt]*

2) Zeigen Sie, dass es wahrscheinlicher ist, dass diese Versuchsperson mindestens 1 Treffer erzielt, als dass sie gar keinen Treffer erzielt. *[1 Punkt]*

3) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Versuchsperson die Testphase besteht.

$$\underbrace{P(X \geq 1)}_{1 - P(X=0)} > P(X=0)$$

$$0{,}746 > 0{,}254$$

$$P(X \geq 7) = 0{,}0001$$

Eine Versuchsperson muss auf Basis ihrer paranormalen Fähigkeiten angeben, ob in einem Kabel Strom fließt oder nicht. Dieser Versuch wird 50-mal durchgeführt. Um die Testphase zu bestehen, müssen bei 50 Durchführungen des Versuchs 40 oder mehr Treffer erzielt werden.

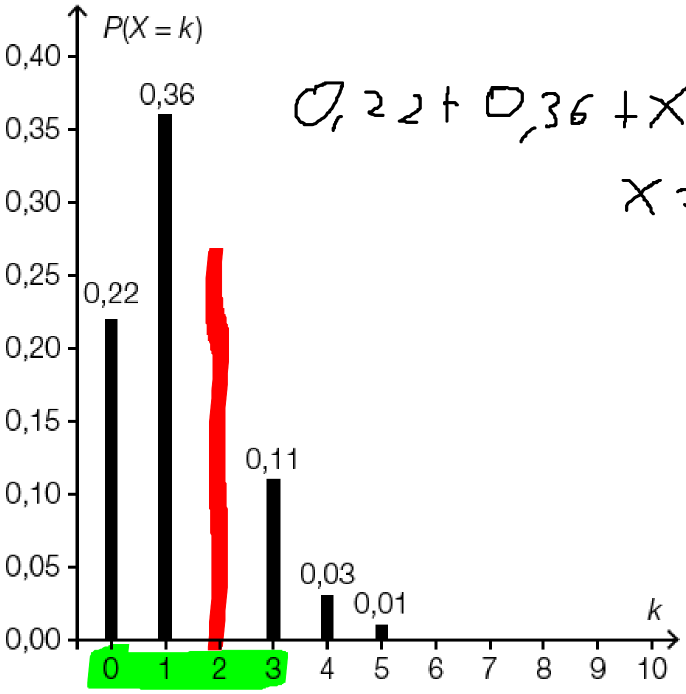
Es wird angenommen, dass die Versuchsperson keine paranormalen Fähigkeiten besitzt und daher bei jeder Durchführung des Versuchs mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % einen Treffer erzielt. $n = 50$

1) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[2 zu 4]* *[1 Punkt]*

| | | |
|---|---|---|
| 50 40 | Die Versuchsperson erzielt mindestens 40 Treffer. | D |
| 20 0 | Die Versuchsperson erzielt höchstens 20 Treffer. | B |

| | |
|---|---|
| A | $\sum_{k=20}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$ |
| B | $\sum_{k=0}^{20} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$ |
| C | $\sum_{k=0}^{40} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$ |
| D | $\sum_{k=40}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$ |

Die binomialverteilte Zufallsvariable $X$ beschreibt die Anzahl derjenigen Personen unter 10 Befragten, die Lila als Lieblingsfarbe nennen. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion dieser Zufallsvariablen ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.




$0{,}22 + 0{,}36 + X + 0{,}11 = 0{,}96$

$X = 0{,}27$

Die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 Befragten maximal 3 Befragte Lila als Lieblingsfarbe nennen, beträgt 96 %.

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Säule für $P(X = 2)$ ein. *[1 Punkt]*

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Orange als Lieblingsfarbe nennt, beträgt 7 %.
Unter $n$ befragten Personen soll mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 1 Person sein, die Orange als Lieblingsfarbe nennt.

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

1) Berechnen Sie die Anzahl $n$ derjenigen Personen, die dafür mindestens befragt werden müssen. *[1 Punkt]*

$$P(X \geq 1) \geq 0{,}9$$

$$1 - P(X=0) \geq 0{,}9$$

$$1 - \underbrace{\binom{n}{0}}_{1} \cdot \underbrace{0{,}07^0}_{1} \cdot (1-0{,}07)^{n-0} \geq 0{,}9$$

$$1 - \cancel{1} \cdot \cancel{1} \cdot 0{,}93^n \geq 0{,}9$$

$$1 - 0{,}93^n \geq 0{,}9$$

$$\underbrace{1 - 0{,}9}_{0{,}1} \geq 0{,}93^n \quad | \ln$$

$$\ln(0{,}1) \geq n \cdot \ln(0{,}93) \quad | : \ln(0{,}93)$$

$$\frac{\ln(0{,}1)}{\ln(0{,}93)} \leq n$$

$$n \geq 31{,}7$$

$$n = 32$$

$$P(X \geq 1) = 1 - (1-p)^n$$

$$0{,}9 = 1 - (1-0{,}07)^n$$