$$s(t) = \int v(t)\,dt = \iint a(t)\,dt\,dt$$

$$s'(t) = v(t) = \int a(t)\,dt$$

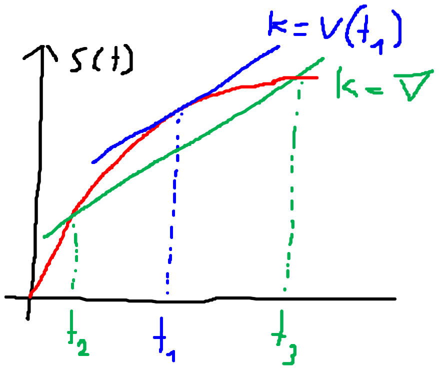
$$s''(t) = v'(t) = a(t)$$

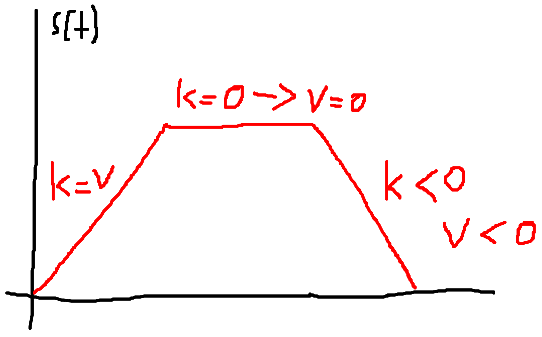
	Geschw.	Beschl.
momentan	$v(t)$	$a(t)$
mittlere	$\bar{v} = \frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}$	$\bar{a} = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1}$

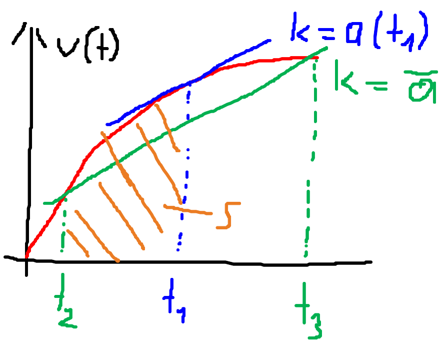
$$v = \frac{s}{t} \rightarrow s = v \cdot t$$

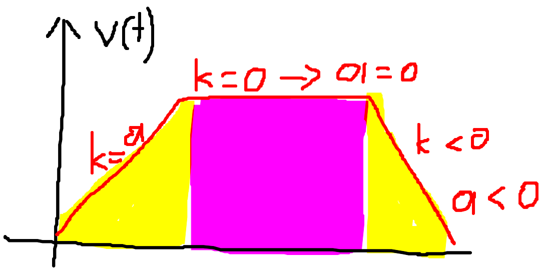
$$\Delta s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt = s(t_2) - s(t_1)$$

$$\Delta v = \int_{t_1}^{t_2} a(t)\,dt = v(t_2) - v(t_1)$$









*

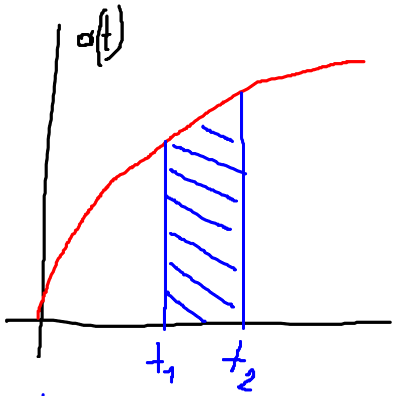
Die Funktion v mit $v(t) = 0{,}5 \cdot t + 2$ ordnet für einen Körper jedem Zeitpunkt t die Geschwindigkeit $v(t)$ zu (t in s, $v(t)$ in m/s).

Folgende Berechnung wird durchgeführt:

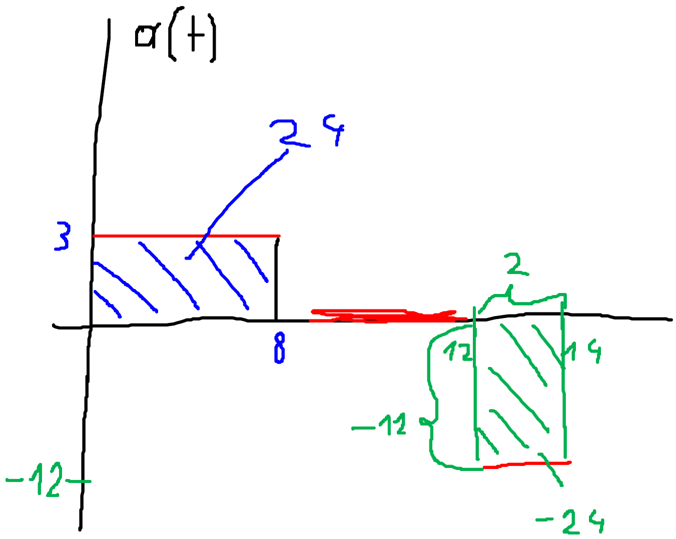
$$\int_1^5 (0{,}5 \cdot t + 2)\,\mathrm{d}t = 14$$

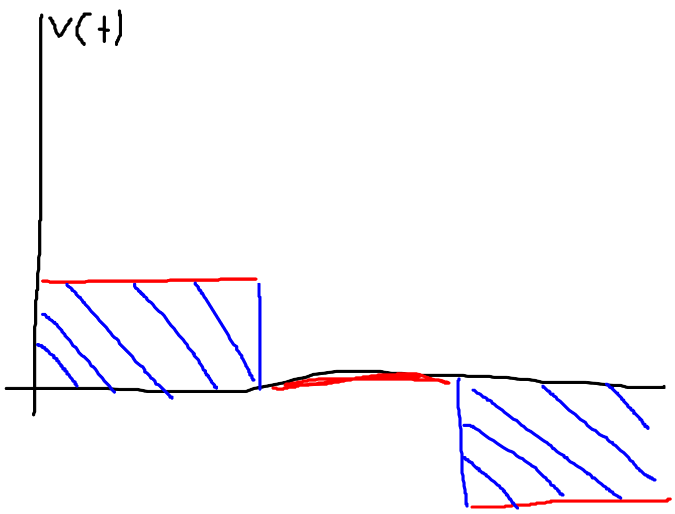
Aufgabenstellung:

Formulieren Sie mit Bezug auf die Bewegung des Körpers eine Fragestellung, die mit der durchgeführten Berechnung beantwortet werden kann.



$$\int_{t_1}^{t_2} a(t)\,dt = v(t_2) - v(t_1)$$





Zu Beginn eines dreiwöchigen Beobachtungszeitraums ist eine bestimmte Pflanze 15 cm hoch.
Die momentane Änderungsrate der Höhe dieser Pflanze wird durch die Funktion v in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben.
Dabei gilt:
$v(t) = 3 - 0{,}3 \cdot t^2$ mit $t \in [0; 3]$ in Wochen und $v(t)$ in cm/Woche

Die Funktion h ordnet jedem Zeitpunkt $t \in [0; 3]$ die Höhe $h(t)$ der Pflanze zu (t in Wochen, $h(t)$ in cm).

Aufgabenstellung: $v(t) = h'(t)$

Geben Sie $h(t)$ an.

$h(t) = -0{,}1t^3 + 3t + 15$

$$h(t) = \int v(t)\,dt = 3t - \frac{\overset{0,1}{\cancel{0,3}}t^3}{\cancel{3}} + C$$

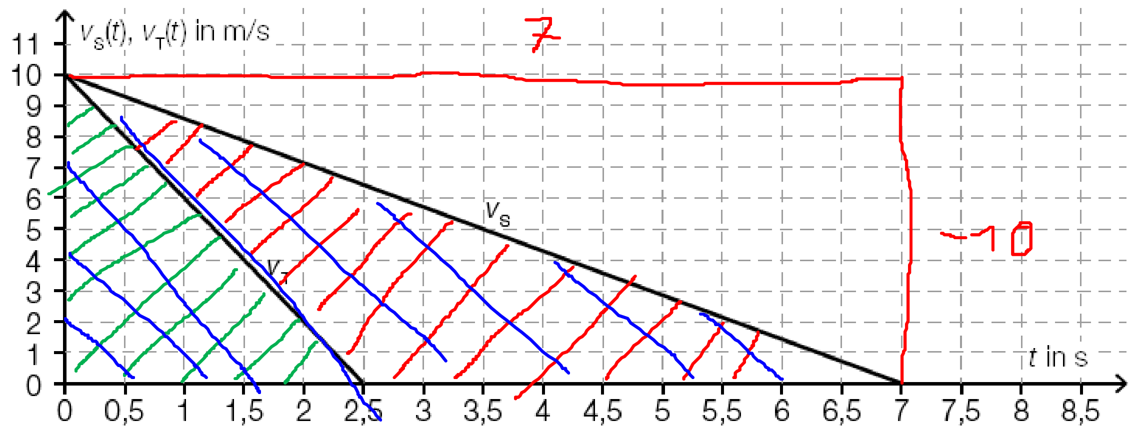
– Gesamthöhe am Ende der 3 Wochen?

$h(3) = 21{,}3$ cm

oder

$$h(3) = 15 + \underbrace{\int_0^3 v(t)\,dt}_{6,3} = 21{,}3 \text{ cm}$$

Die Bremswege eines PKW auf schneebedeckter sowie auf trockener Fahrbahn werden miteinander verglichen.
Das nachstehende Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm zeigt modellhaft den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit v_S auf schneebedeckter Fahrbahn sowie den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit v_T auf trockener Fahrbahn vom Reagieren der Bremse bis zum Stillstand des PKW.



1) Ermitteln Sie mithilfe des obigen Diagramms die (negative) Beschleunigung auf schneebedeckter Fahrbahn. *[1 Punkt]*

$$a = -\frac{10^{\,m/s}}{7\,s} = -1{,}428\ldots\ m/s^2$$

Der Bremsweg ist diejenige Strecke, die der PKW vom Reagieren der Bremse (t = 0) bis zum Stillstand zurücklegt.

2) Veranschaulichen Sie im obigen Diagramm den Bremsweg auf trockener Fahrbahn. *[1 Punkt]*

3) Ermitteln Sie mithilfe des obigen Diagramms die Differenz zwischen dem Bremsweg auf schneebedeckter Fahrbahn und dem Bremsweg auf trockener Fahrbahn. *[1 Punkt]*

$$s_S - s_T = \Delta s$$

$$\frac{\overset{s\ \cdot\ m/s}{7 \cdot 10}}{2} - \frac{\overset{s\ \cdot\ m/s}{2{,}5 \cdot 10}}{2} = 22{,}5^{\,m}\ m$$

$$\boxed{V = \frac{s}{t} \qquad km/h = \frac{km}{h}\ \frac{s}{t}}$$

Der Verlauf der Geschwindigkeit eines Fahrzeugs auf einer bestimmten Strecke kann durch die folgende Funktion beschrieben werden:

$v(t) = -0{,}002 \cdot t^4 + 0{,}3 \cdot t^3 - 10 \cdot t^2 + 106 \cdot t \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 30$

t … Zeit in min
$v(t)$ … Geschwindigkeit zur Zeit t in m/min

Bis zur Zeit t_1 legt das Fahrzeug einen Weg von 2645 m zurück.

– Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung der Zeit t_1 auf.
– Berechnen Sie die Zeit t_1.

$$\int_0^{t_1} v(t)\,dt = 2645$$

Der zurückgelegte Weg eines anderen Autos kann näherungsweise durch die Funktion s_2 beschrieben werden:

$$s_2(t) = -\frac{1}{3} \cdot t^3 + 2 \cdot t^2 + \frac{1}{3} \cdot t \quad \text{mit } \underline{0} \leq t \leq 3$$

t ... Zeit in min

$s_2(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in km

$v(t) = -t^2 + 4t + \frac{1}{3}$

$a(t) = -2t + 4$

$v''(t) = -2$

– Überprüfen Sie nachweislich, ob die Geschwindigkeit dieses Autos zu Beginn des angegebenen Zeitintervalls null ist.
– Berechnen Sie, nach welcher Zeit t_0 die Beschleunigung des Autos im angegebenen Zeitintervall null ist.
– Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit zu dieser Zeit t_0 maximal ist.

$v(0) = \frac{1}{3}$

$a(t) = 0$ $a(t) = v'(t)$

$\rightarrow t = 2$ $\rightarrow v'(t) = 0$

$\rightarrow$ v ist max oder min

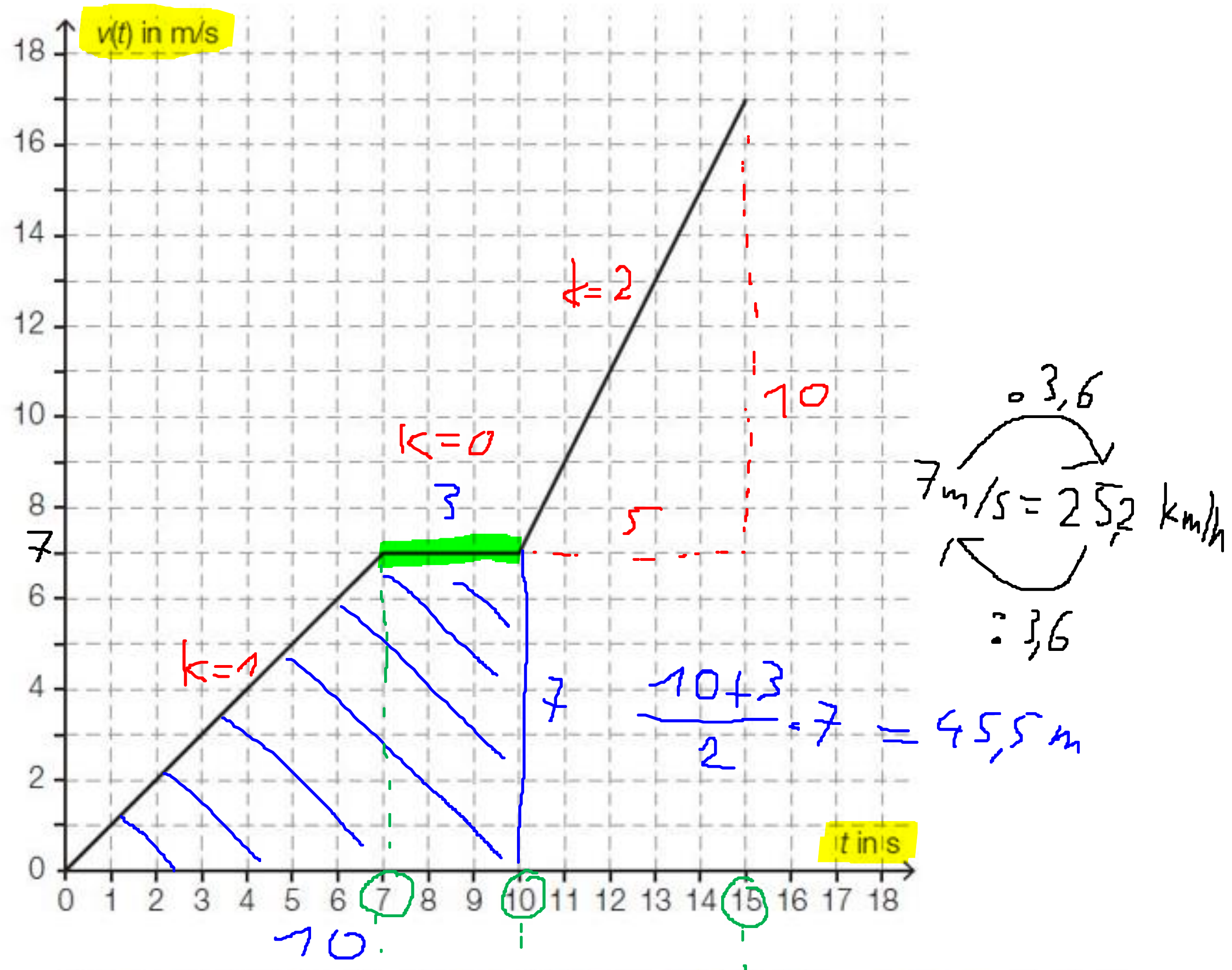
$\downarrow$

$v''(2) \rightarrow a'(2)$, $\rightarrow s'''(2)$ $\Big\} = -2 < 0$

$\Downarrow$

max

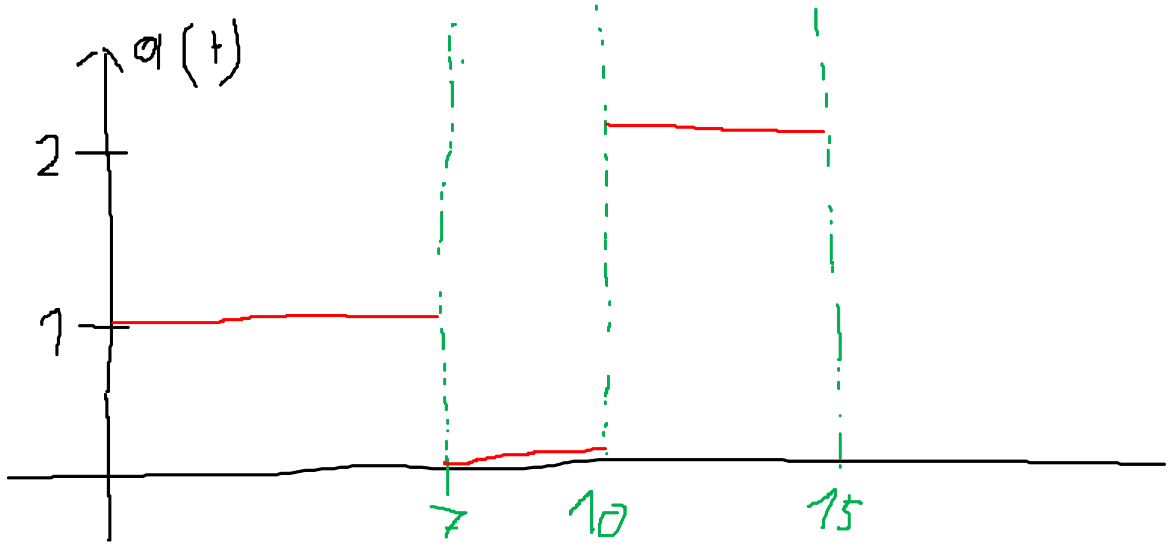
Im nachstehenden Diagramm ist der Geschwindigkeitsverlauf einer LKW-Testfahrt vereinfacht dargestellt.



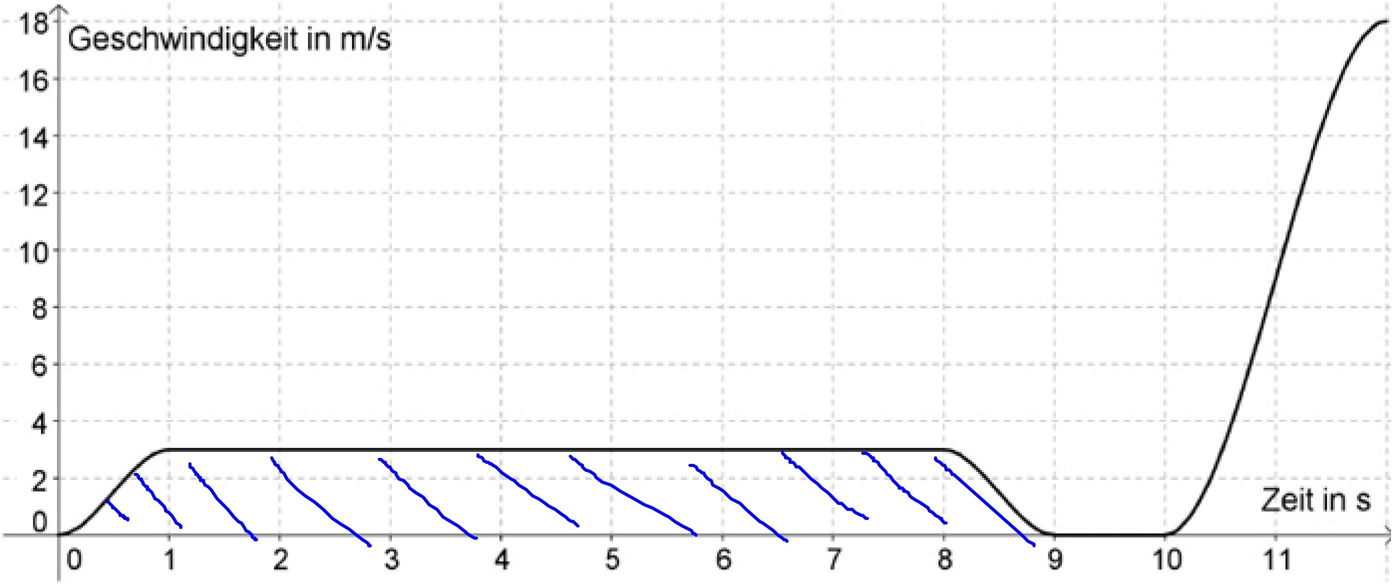
– Interpretieren Sie den Verlauf des Graphen im Zeitintervall]7; 10[im gegebenen Sachzusammenhang.

– Bestimmen Sie den in den ersten 10 Sekunden zurückgelegten Weg.

– Erstellen Sie für das obige Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm das zugehörige Beschleunigung-Zeit-Diagramm.



Im Park wird eine Achterbahn gebaut. Das nachstehende Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm zeigt den Verlauf der Geschwindigkeit für die ersten 12 s der Fahrt.



– Interpretieren Sie die Bedeutung der Fläche unter dem Graphen der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion im Zeitintervall [0; 9] im gegebenen Sachzusammenhang.

– Beschreiben Sie die Bedeutung der negativen Steigung der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion im Zeitintervall [8; 9].

Im Zeitintervall [10; 12] kann der Verlauf der Geschwindigkeit durch die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v beschrieben werden.

$v(t) = -4{,}5 \cdot t^3 + 148{,}5 \cdot t^2 - 1620 \cdot t + 5850$

t ... Zeit in s mit $10 \leq t \leq 12$
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

– Berechnen Sie die maximale Beschleunigung in diesem Zeitintervall.

$a'(t) = 0$

$v''(t) = 0$