



MATHΛGO

HAUSÜBUNG

bis 20.05.2020

Aufgabe 1

Für eine bestimmte Sorte Feuerwerksraketen ist bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit einer Fehlfunktion 2 ‰ beträgt.

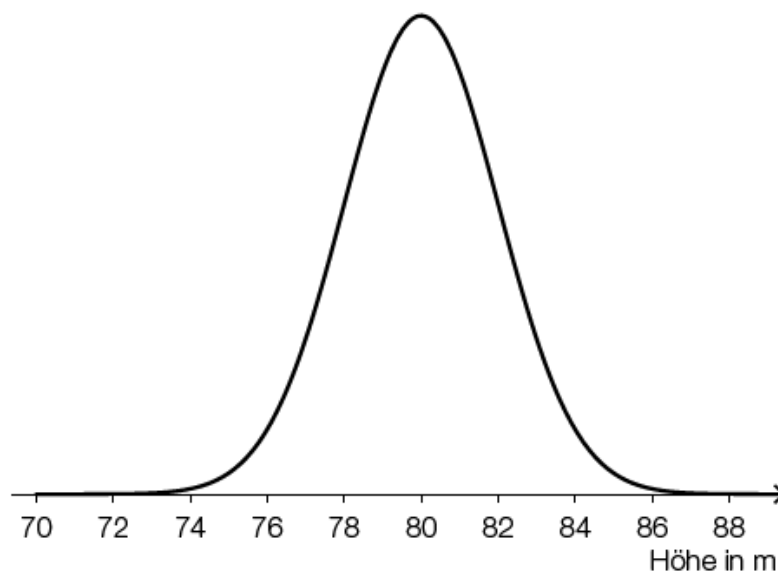
Es werden 2 zufällig ausgewählte Feuerwerksraketen dieser Sorte hintereinander gezündet.

– Übertragen Sie diesen Sachverhalt in ein mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschriftetes Baumdiagramm. (A)

Es werden 50 zufällig ausgewählte Feuerwerksraketen dieser Sorte hintereinander gezündet.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei höchstens einer Feuerwerksrakete eine Fehlfunktion auftritt. (B)

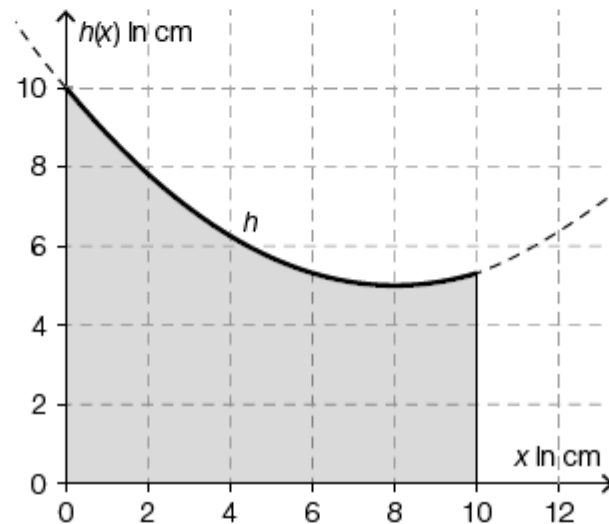
Die von den Feuerwerksraketen erreichte maximale Höhe kann als annähernd normalverteilt angenommen werden. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion dieser Normalverteilung.



– Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Feuerwerksrakete eine Höhe von mindestens 84 m erreicht. (A)

Aufgabe 2

Eine Grafikerin erstellt ein neues Logo für eine Segelschule. Die obere Begrenzungslinie des Logos kann mithilfe der Polynomfunktion 2. Grades h beschrieben werden. Der Graph der Funktion h verläuft durch den Punkt $P = (0 | 10)$ und durch den Tiefpunkt $T = (8 | 5)$ (siehe nachstehende Abbildung).



– Beschreiben Sie die Bedeutung der Stelle a im nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\int_0^a h(x) dx = \int_a^{10} h(x) dx \quad (\text{R})$$

– Erstellen Sie mithilfe der angegebenen Informationen zu den Punkten P und T ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Polynomfunktion h . (A)

Ein 3 mm dickes Türschild in Form des oben dargestellten Logos wird aus Messing (Dichte: $8,5 \text{ g/cm}^3$) angefertigt.

Für die Funktion h gilt:

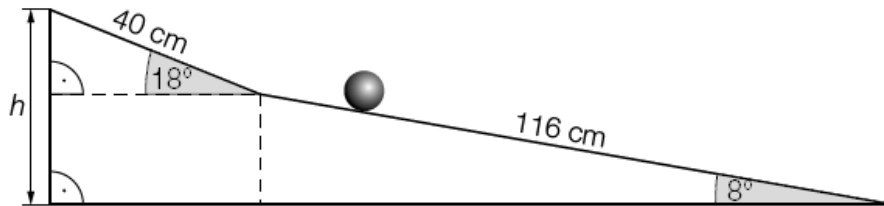
$$h(x) = \frac{5}{64} \cdot x^2 - \frac{5}{4} \cdot x + 10 \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 10$$

Die Masse m ist das Produkt aus Volumen V und Dichte ρ , also $m = V \cdot \rho$.

– Berechnen Sie die Masse des Türschilds unter Angabe der entsprechenden Einheit. (B)

Aufgabe 3

Eine Kugelbahn ist ein Spielzeug, auf dem man Kugeln nach unten rollen lassen kann. In der nachstehenden Abbildung ist eine bestimmte Kugelbahn dargestellt.



– Berechnen Sie den Höhenunterschied h zwischen Start und Ziel. (B)

Eine Kugel hat einen Radius von 1 cm und rollt die gesamte Kugelbahn hinunter.

– Berechnen Sie die Anzahl der Umdrehungen, die diese Kugel dafür benötigt. (B)

Eine andere geradlinig verlaufende Kugelbahn wird so gestaltet, dass ihr Gefälle konstant 25 % beträgt. Der Startpunkt der Kugelbahn liegt auf einer Anfangshöhe h_0 über dem horizontalen Boden.

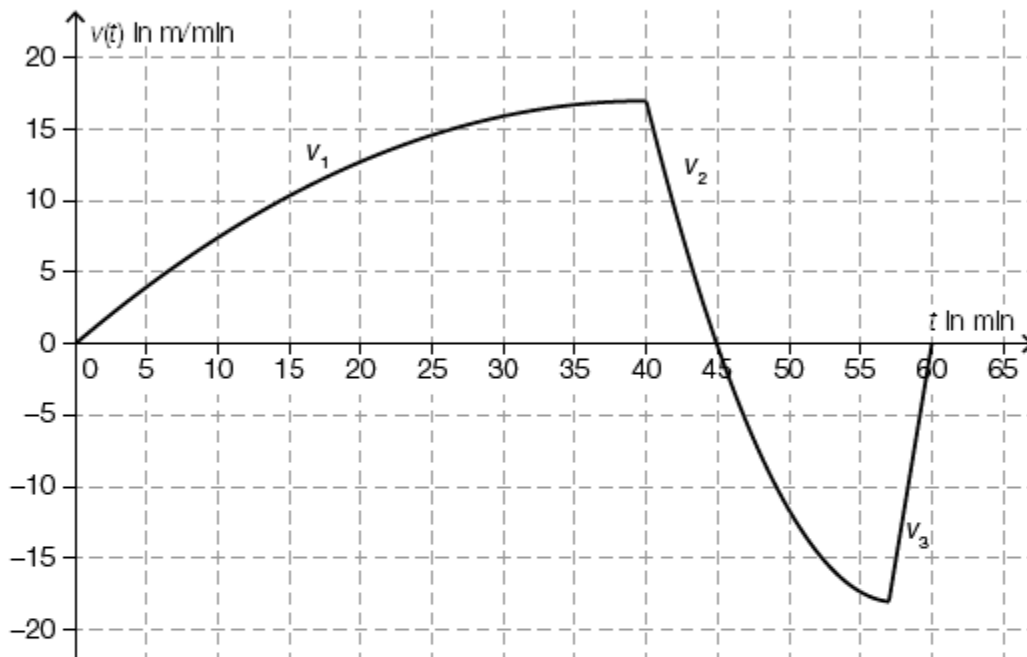
Die Höhe der Kugelbahn über dem Boden soll in Abhängigkeit von der horizontalen Entfernung vom Startpunkt beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Funktion auf. (A)

Aufgabe 4

Ein Heißluftballon startet zum Zeitpunkt $t = 0$. Die Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeit lässt sich mittels Gaszufuhr regulieren.

Im nachstehenden Diagramm ist die Geschwindigkeit $v(t)$ (in m/min) in Abhängigkeit von der Zeit t (in min) für eine 60-minütige Ballonfahrt dargestellt. Die Modellierung erfolgt mithilfe der Funktionen v_1 , v_2 und v_3 in den Zeitintervallen $[0; 40]$, $[40; 57]$ und $[57; 60]$. Alle Schnittpunkte mit der t -Achse weisen ganzzahlige Koordinaten auf.



Aufgabenstellung:

Geben Sie an, nach welcher Zeit der Heißluftballon seine maximale Höhe erreicht hat, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Leitfrage:

Erläutern Sie, wie der Weg, den der Ballon während seines Steigvorgangs zurückgelegt hat, mithilfe des obigen Diagramms näherungsweise berechnet werden kann, und geben Sie einen Näherungswert an!

Geben Sie einen Term zur exakten Bestimmung dieses Weges (im Rahmen der vorgegebenen Modellierung) an!

Aufgabe 5

Die nachstehende Tabelle gibt die gemeinsame Verteilung der Blutgruppen 0, A, B, AB und der Rhesusfaktoren Rh^+ und Rh^- für die gesamte Bevölkerung Österreichs an.

	0	A	B	AB
Rh^+	30 %	37 %	12 %	5 %
Rh^-	6 %	7 %	2 %	1 %

Im Rahmen einer Blutspendeaktion spenden 50 Personen Blut.

Es wird angenommen, dass es sich um eine zufällige Auswahl der Personen aus der österreichischen Bevölkerung handelt.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als die Hälfte dieser Personen die Blutgruppe A und den Rhesusfaktor Rh^+ hat!

Leitfrage:

Für eine Patientin mit der Blutgruppe 0 und dem Rhesusfaktor Rh^+ eignet sich nur Spenderblut der Blutgruppe 0, und zwar unabhängig vom Rhesusfaktor.

Bestimmen Sie, wie viele zufällig ausgewählte Personen Blut spenden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95 % mindestens eine für die Patientin geeignete Blutspende erfolgt!

Bonusaufgabe 6 (Frage a alle, Frage c nur BHS Cluster P, T1 & T2)

- a) Die Höhe der Wolkenuntergrenze wurde früher mithilfe eines Nachtwolkenscheinwerfers bestimmt. Folgende Anweisung musste man dabei befolgen:

„Platzieren Sie auf einer horizontalen Ebene den Scheinwerfer in einem Punkt P so, dass sein Lichtstrahl senkrecht nach oben gerichtet ist.

Dort erzeugt er auf der Wolkenuntergrenze in der Höhe h einen punktförmigen Lichtfleck L . Begeben Sie sich in einen anderen Punkt Q dieser Ebene und messen Sie die Streckenlänge \overline{PQ} .

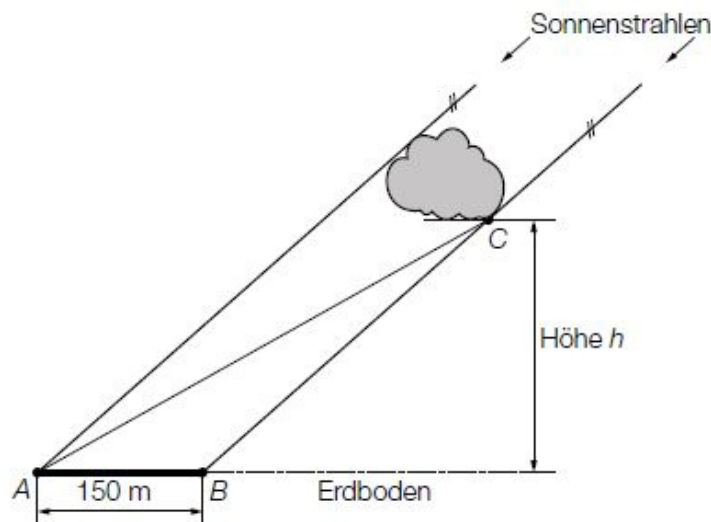
Messen Sie den Höhenwinkel α , unter dem der Lichtfleck L nun von Punkt Q aus gesehen wird.“

- Veranschaulichen Sie den beschriebenen Sachverhalt mithilfe einer Skizze. Beschriften Sie P , Q , L , h und α in dieser Skizze.
- Erstellen Sie eine Formel, mit deren Hilfe man die Höhe der Wolkenuntergrenze h mit den gemessenen Größen bestimmen kann.

$$h = \underline{\hspace{10cm}}$$

- c) Eine Wolke wirft einen 150 m langen Schatten auf den Erdboden. Von A aus sieht man die Wolke unter dem Sehwinkel $\alpha = 4^\circ$. Der Einfallswinkel der parallelen Sonnenstrahlen gegenüber der Horizontalen beträgt $\beta = 30^\circ$.

Die folgende Abbildung stellt diese Situation vereinfacht und nicht maßstabgetreu dar:



- Tragen Sie die gegebenen Winkel α und β in die obige Abbildung ein.
- Berechnen Sie die Entfernung \overline{BC} .
- Berechnen Sie die Höhe h .