



MATHΛGO

HAUSÜBUNG

bis 18.05.2020

Aufgabe 1

Im Minimundus, einem Miniaturenpark in Klagenfurt, sind Modelle vieler berühmter Bauwerke zu sehen. Die Modelle sind im Maßstab 1 : 25 verkleinert nachgebaut. Ein bestimmtes Modell ist 544 cm hoch.

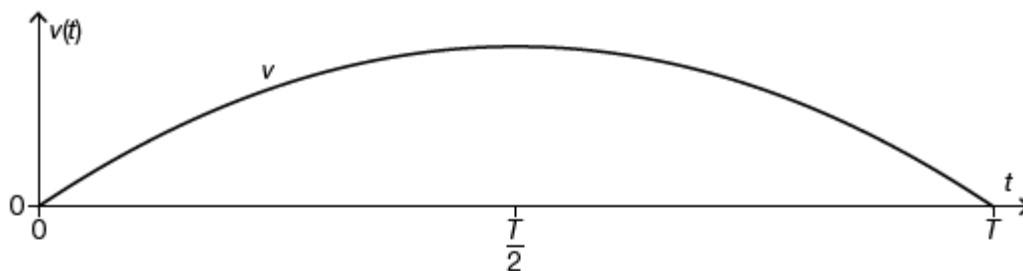
- Berechnen Sie die Höhe des zu diesem Modell gehörigen Bauwerks in Metern. (B)

Andrea steht in einer horizontalen Entfernung von a Metern vor dem Modell des Donauturms. Sie sieht die Spitze dieses Modells unter dem Höhenwinkel α . Ihre Augen befinden sich dabei in einer Höhe von 1,5 m über dem Boden.

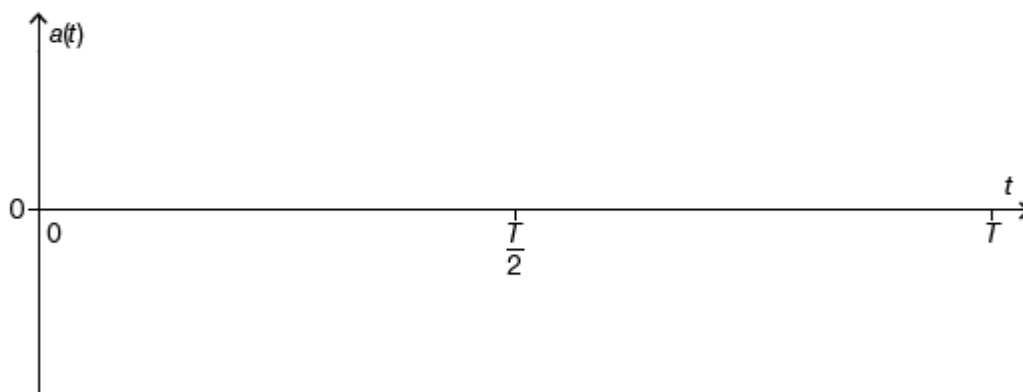
- Stellen Sie aus a und α eine Formel zur Berechnung der Höhe H (in Metern) des Modells des Donauturms auf. (A)

$H =$ _____

Durch Minimundus fährt ein kleiner Zug. Der Graph der quadratischen Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v dieses kleinen Zuges ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Beschleunigung-Zeit-Funktion a im nachstehenden Koordinatensystem. (A)



- Geben Sie den Funktionstyp der Weg-Zeit-Funktion s des kleinen Zuges an. Begründen Sie Ihre Entscheidung. (R)

Aufgabe 2

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Straßenbahn in einer bestimmten Stadt klimatisiert ist, beträgt $\frac{1}{3}$.

- Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck gegeben ist.

$$P(E) = \binom{10}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 \quad (\text{R})$$

Herr Hofer fährt innerhalb einer Woche 15-mal mit der Straßenbahn.

- Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

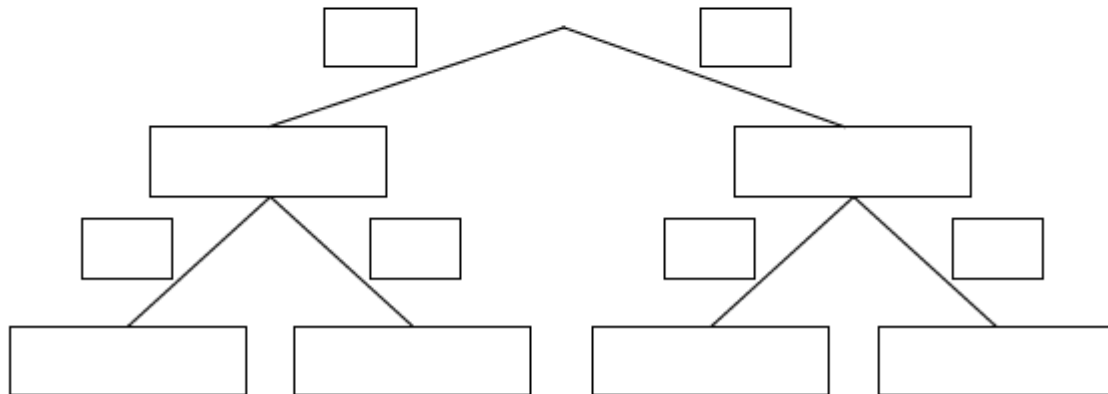
$$15 \cdot \frac{1}{3} = 5 \quad (\text{R})$$

Herr Obermayer fährt auf dem Weg zu seinem Arbeitsplatz hintereinander mit 3 verschiedenen U-Bahn-Zügen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter U-Bahn-Zug klimatisiert ist, beträgt 50 %.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er dabei mit mindestens 1 klimatisierten U-Bahn-Zug fährt. (B)

Frau Mayerhofer benützt auf dem Weg zu ihrem Arbeitsplatz zuerst eine Straßenbahn, die mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ klimatisiert ist. Danach benützt sie eine U-Bahn, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % klimatisiert ist.

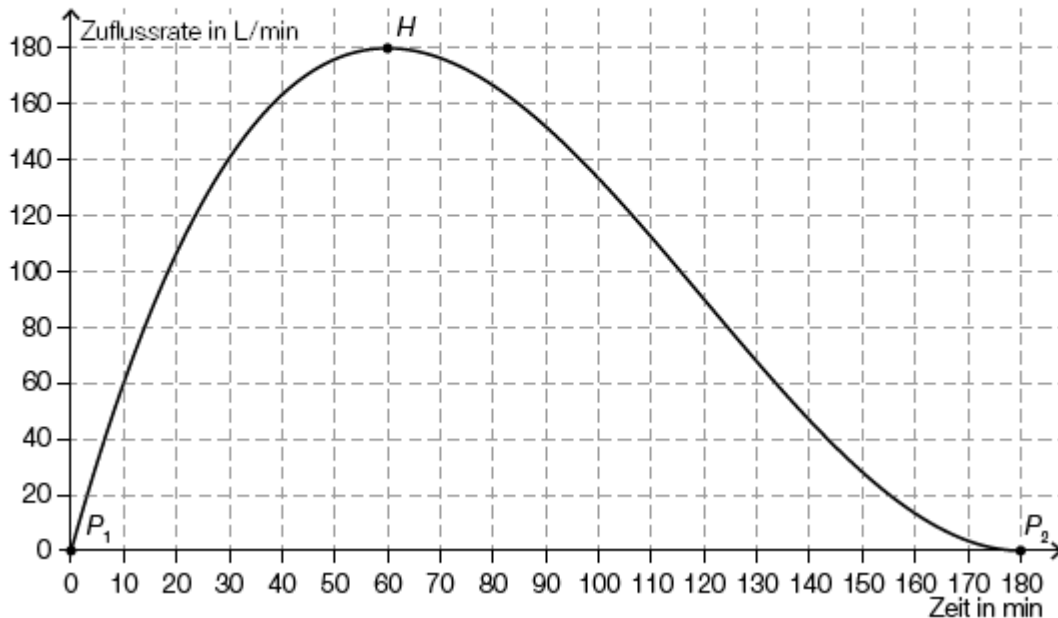
- Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es diesen Sachverhalt beschreibt. (A)



Aufgabe 3

Bei Regen fließt Wasser über eine Zuleitung in einen geschlossenen Auffangbehälter.

In der nachstehenden Abbildung ist die Zuflussrate des Wassers, das während eines Regens in den Auffangbehälter fließt, grafisch dargestellt.



Die dargestellte Zuflussrate kann für das Zeitintervall $[0; 180]$ in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch eine Polynomfunktion 3. Grades f mit $f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$ beschrieben werden.

- Ermitteln Sie mithilfe der Punkte P_1 , P_2 und des Hochpunkts H die Koeffizienten von f . (B)
- Lesen Sie aus der obigen Abbildung denjenigen Zeitpunkt ab, zu dem das Volumen des bis dahin zugeflossenen Wassers im Auffangbehälter am größten ist. (R)

Nach dem Regen befinden sich 18225 L Wasser im Auffangbehälter. Dieser Behälter hat die Form eines Zylinders mit dem Durchmesser $d = 3$ m.

- Berechnen Sie, wie hoch das Wasser in diesem Auffangbehälter steht. (B)

Der mit 18225 L Wasser befüllte Auffangbehälter wird mit einer konstanten Abflussrate von 500 L/h entleert. Das Wasservolumen im Auffangbehälter in Litern in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden wird durch eine Funktion V beschrieben.

- Stellen Sie eine Funktionsgleichung für V auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn der Entleerung. (A)

Aufgabe 4

Im Zuge der Eröffnung eines Einkaufszentrums kann man durch Drehen eines Glücksrads einen Gewinn erzielen.

Das Glücksrad ist in 30 gleich große Sektoren unterteilt, die alle mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten können. Dabei sind 7 Sektoren rot und 3 Sektoren grün markiert, die restlichen Sektoren sind weiß markiert.

Man gewinnt einen Geschenkkorb, wenn der Zeiger nach Stillstand des Glücksrads auf einen grünen Sektor zeigt.

Man gewinnt ein Getränk, wenn der Zeiger nach Stillstand des Glücksrads auf einen roten Sektor zeigt.

Kommt der Zeiger bei einem weißen Sektor zum Stillstand, erhält man keinen Gewinn.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass jemand bei zweimaligem Drehen dieses Glücksrads genau ein Getränk und keinen Geschenkkorb gewinnt!

Leitfrage:

Geben Sie einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass man bei n -maligem Drehen dieses Glücksrads mindestens einen Geschenkkorb gewinnt!

Erläutern Sie die Bedeutung des Terms $0,1 \cdot n$ für die Gewinnerwartung bei n -maligem Drehen dieses Glücksrads!

Aufgabe 5

Aufgrund eines ausreichenden Platz- und Nährstoffangebots vermehren sich die Zellen einer bestimmten Pilzkultur exponentiell. Nach 12 Stunden sind 1 600 Zellen und nach weiteren 3 Stunden 1 800 Zellen vorhanden.

Aufgabenstellung:

Dieser Sachverhalt kann durch eine Funktion $Z: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ mit $Z(t) = Z_0 \cdot a^t$ und $a \in \mathbb{R}$ modelliert werden. Dabei gibt $Z(t)$ die Anzahl der nach t Stunden vorhandenen Zellen an.

Bestimmen Sie Z_0 und a und geben Sie an, nach wie vielen Stunden sich die zu Beginn vorhandene Anzahl an Zellen verdreifacht hat!

Leitfrage:

Geben Sie an, ob die absolute Zunahme in einem Zeitintervall $[0; t]$ von Z_0 und/oder a abhängig ist oder nicht, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Weisen Sie rechnerisch nach, dass die relative Zunahme in jedem Zeitintervall $[0; t]$ vom Parameter Z_0 unabhängig ist!

Bonusaufgabe 6 (nur AHS, BHS Cluster W1 & W2)

- a) Die Kosten für die Produktion der Sport-Zeitschrift *Bike and Run* können durch eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion K modelliert werden:

$$K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + 79$$

x ... Produktionsmenge in ME

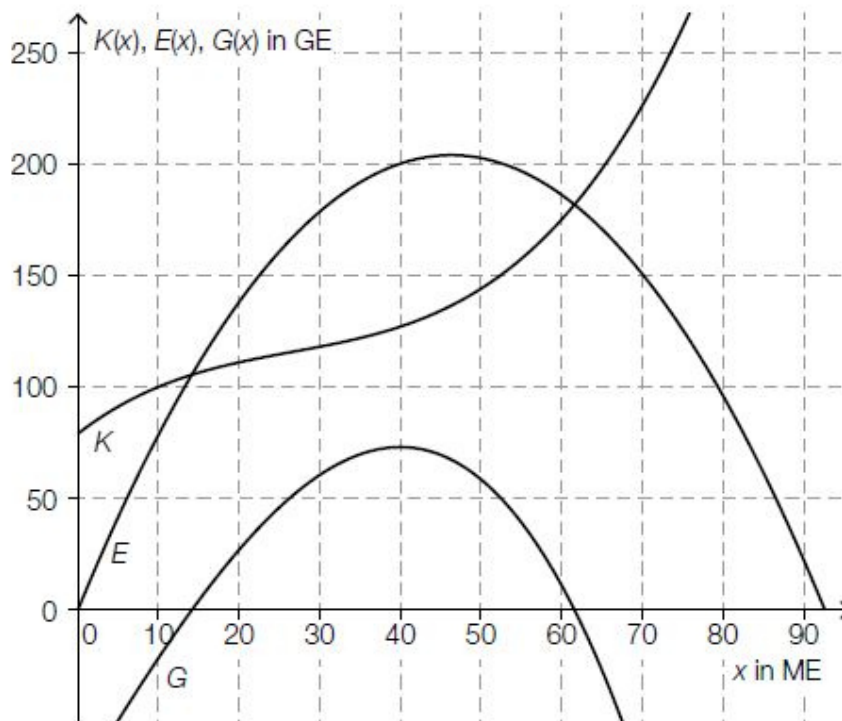
$K(x)$... Kosten bei der Produktionsmenge x in GE

Bei einer Produktion von 10 ME betragen die Kosten 100 GE und die Grenzkosten 1,5 GE/ME.

- 1) Erstellen Sie die beiden Gleichungen, die diesem Sachverhalt entsprechen.

Weiters gilt: $K''(10) = -0,1$

- 2) Interpretieren Sie das Vorzeichen von $K''(10)$ in Bezug auf den Verlauf des Funktionsgraphen von K .
 - 3) Ermitteln Sie die Koeffizienten a , b und c der Kostenfunktion K .
- b) In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Kostenfunktion K , der Graph der Erlösfunktion E und der Graph der Gewinnfunktion G für die Zeitschrift *Adventure* dargestellt.



Bei einer bestimmten Absatzmenge ist der Gewinn maximal.

- 1) Ermitteln Sie den Preis der Zeitschrift *Adventure* bei dieser Absatzmenge.

c) Von einer linearen Preisfunktion der Nachfrage kennt man den Höchstpreis p_h und die Sättigungsmenge x_s .

1) Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck für die Steigung der Preisfunktion der Nachfrage an. [1 aus 5]

| | |
|-------------------------|--------------------------|
| $\frac{p_h}{x_s}$ | <input type="checkbox"/> |
| $-\frac{p_h}{x_s}$ | <input type="checkbox"/> |
| $\frac{x_s}{p_h}$ | <input type="checkbox"/> |
| $-\frac{x_s}{p_h}$ | <input type="checkbox"/> |
| $\frac{p_h - x_s}{x_s}$ | <input type="checkbox"/> |