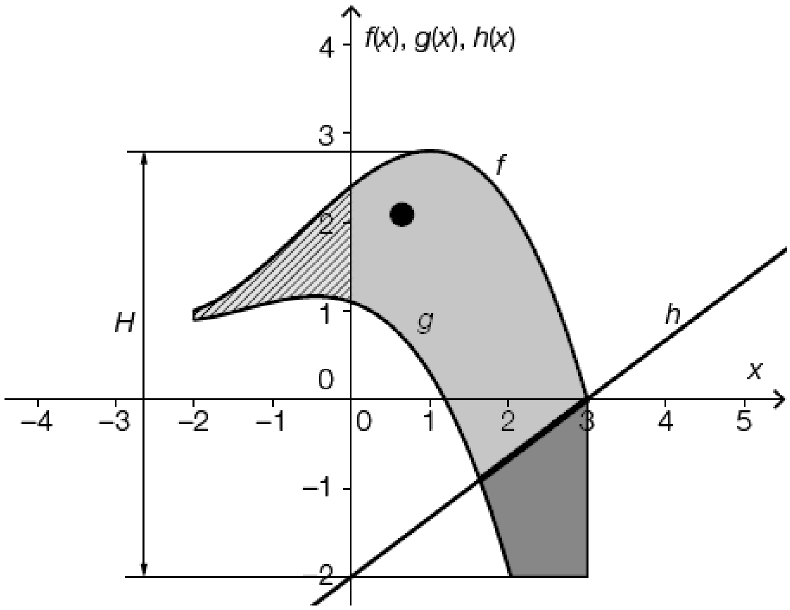
MATHAGO

HAUSÜBUNG

bis 15.05.2020

Aufgabe 1

Für einen Enten-Zuchtverein wird ein neues Logo entworfen.
Zur Modellierung werden die Funktionen f, g und h verwendet (siehe nachstehende Abbildung).



$f(x) = -0{,}1 \cdot x^3 - 0{,}2 \cdot x^2 + 0{,}7 \cdot x + 2{,}4$ mit $-2 \leq x \leq 3$
$g(x) = -0{,}1 \cdot x^3 - 0{,}4 \cdot x^2 - 0{,}3 \cdot x + 1{,}1$ mit $-2 \leq x \leq 2$

– Berechnen Sie H. (B)

– Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche. (B)

Die lineare Funktion h hat an der Stelle 3 eine Nullstelle und schneidet die senkrechte Achse bei –2.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für h auf. (A)

– Lesen Sie aus der obigen Abbildung das größtmögliche Intervall ab, für das gilt:
$f'(x) < 0$ und $f''(x) < 0$ (R)

Aufgabe 2

Die Bauzeit für einen bestimmten Gebäudetyp kann näherungsweise als normalverteilt angenommen werden.

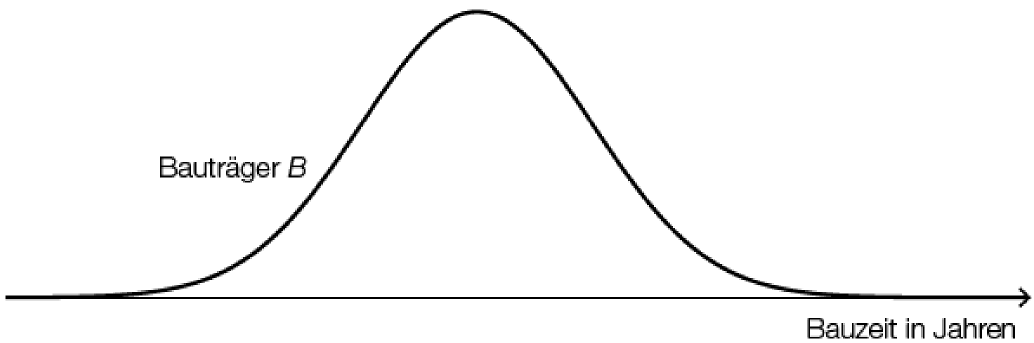
Bauträger *A* gibt an: Erwartungswert $\mu = 4$ Jahre, Standardabweichung $\sigma = 0{,}5$ Jahre

– Ermitteln Sie für Bauträger *A* die Wahrscheinlichkeit, dass die Bauzeit mehr als 5 Jahre beträgt. (B)

Bauträger *B* gibt an: Erwartungswert $\mu = 5$ Jahre, Standardabweichung $\sigma = 1$ Jahr

– Ermitteln Sie für Bauträger *B* diejenige Bauzeit, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % überschritten wird. (B)

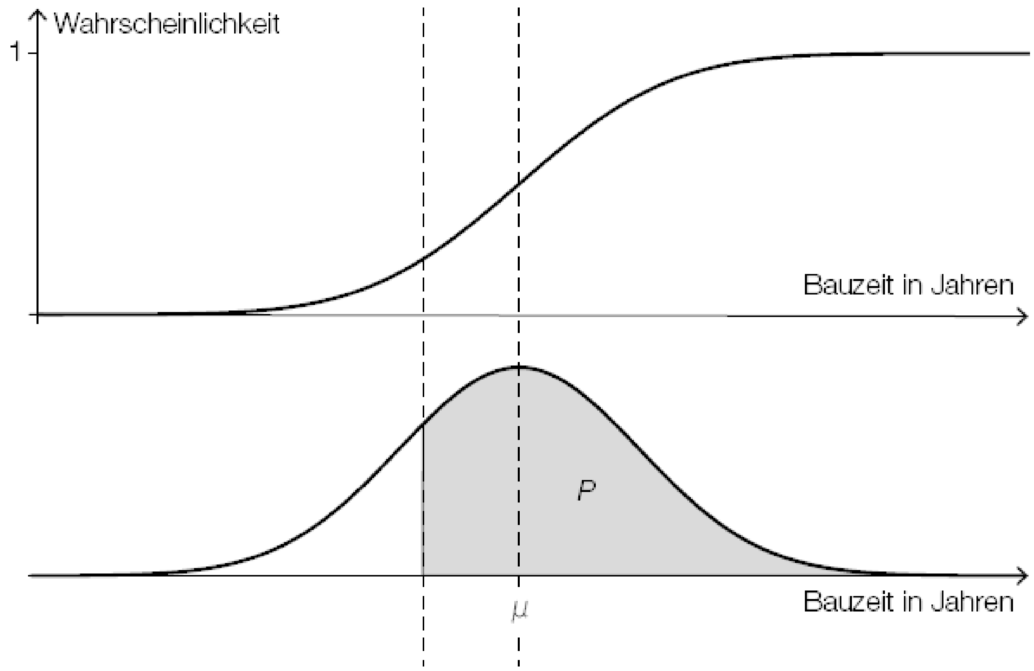
Bauträger *C* gibt für die Bauzeit einen höheren Erwartungswert, aber eine geringere Standardabweichung als Bauträger *B* an. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion der Bauzeit laut den Angaben des Bauträgers *B* dargestellt.



– Zeichnen Sie in der obigen Abbildung einen zu den Angaben des Bauträgers *C* passenden Graphen der Dichtefunktion ein. (A)

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Verteilungsfunktion und der Dichtefunktion der Bauzeiten von einem der drei Bauträger untereinander dargestellt. Dabei sind die horizontalen Achsen gleich skaliert.

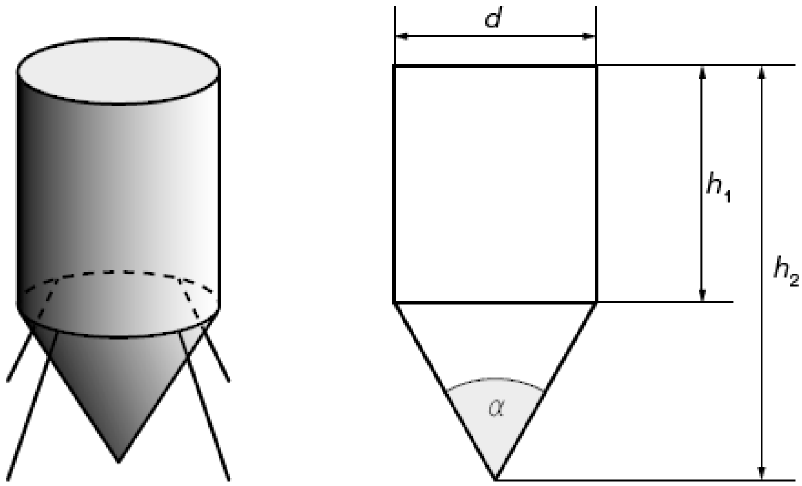
In der Abbildung der Dichtefunktion ist eine bestimmte Wahrscheinlichkeit *P* grau markiert.



– Kennzeichnen Sie die entsprechende Wahrscheinlichkeit *P* in der Abbildung der Verteilungsfunktion. (R)

Aufgabe 3

In der nachstehenden Abbildung ist ein Wassertank, bestehend aus einem Drehzylinder und einem Drehkegel, dargestellt:



– Stellen Sie aus h_1, h_2 und d eine Formel zur Berechnung des Volumens V des Wassertanks auf. (A)

$V =$ ____________________________

Es gilt: $d = 2{,}0$ m, $h_1 = 4{,}5$ m, $h_2 = 6{,}0$ m

– Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel α. (B)

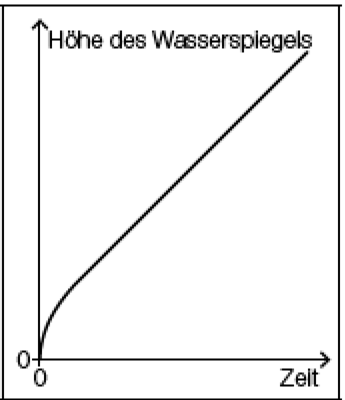
Die Zuflussrate des Wassers in m³/h in Abhängigkeit von der Zeit t wird durch eine Funktion f beschrieben.

– Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang:
$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$ mit $t_1 < t_2$ (R)

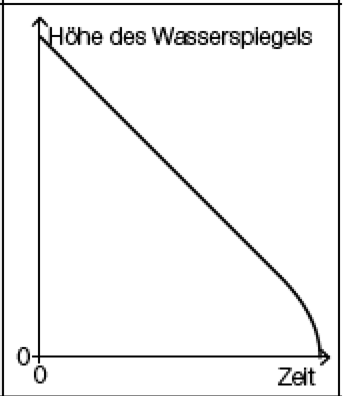
– Ordnen Sie den beiden Aussagen über den abgebildeten Wassertank jeweils den passenden Funktionsgraphen aus A bis D zu. *[2 zu 4]* (R)

Der leere Wassertank wird mit konstanter Zuflussrate mit Wasser befüllt.	
Der volle Wassertank wird mit konstanter Abflussrate entleert.	

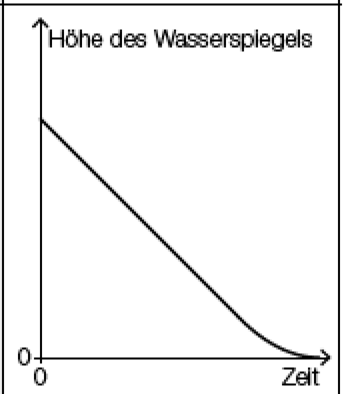
A



B



C



D

Aufgabe 4

Die Wasserhyazinthe wurde 1988 im Victoriasee zum ersten Mal gesichtet. Sie vermehrte sich exponentiell mit einer Verdoppelungszeit von ca. 20 Tagen und bedeckte einige Zeit später Hunderte Quadratkilometer des Victoriasees.

Aufgabenstellung:

Die von der Wasserhyazinthe bedeckte Fläche kann durch eine Funktion A mit $A(t) = A_0 \cdot e^{k \cdot t}$ ($k \in \mathbb{R}$) beschrieben werden. Dabei wird die Zeit t in Tagen und der Flächeninhalt $A(t)$ in km^2 angegeben.

Ermitteln Sie den Wert der Wachstumskonstanten k!

Leitfrage:

Die Wachstumsfunktion A kann auch in der Form $A(t) = A_0 \cdot a^t$ ($a \in \mathbb{R}$) angeschrieben werden.

Ermitteln Sie den Wert von a und deuten Sie diesen Wert im gegebenen Kontext!

Jemand schreibt die Wachstumsfunktion A in der Form $A(t) = A_0 \cdot 2^{\frac{t}{x}}$ an.

Geben Sie die Verdoppelungszeit an, die man unmittelbar aus dieser Darstellung ablesen kann!

Aufgabe 5

Ein Hotel am Meer hat 120 Zimmer.

Aufgabenstellung:

Der Manager des Hotels geht aufgrund langjähriger Erfahrungen davon aus, dass jede Zimmerbuchung mit 95%iger Wahrscheinlichkeit in Anspruch genommen wird. Deshalb nimmt er für eine Ferienwoche 122 (voneinander unabhängige) Zimmerbuchungen an.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Überbuchung gut geht, also dass mindestens zwei der Zimmerbuchungen nicht in Anspruch genommen werden!

Leitfrage:

In diesem Hotel haben 60 % der 120 Zimmer Meerblick. An einem Wochenende sind 5 Zimmer mit Meerblick und $\frac{1}{4}$ der Zimmer ohne Meerblick frei.

Durch die Ankunft einer Reisegruppe können alle freien Zimmer belegt werden, wobei die Zuteilung nach dem Zufallsprinzip erfolgt.

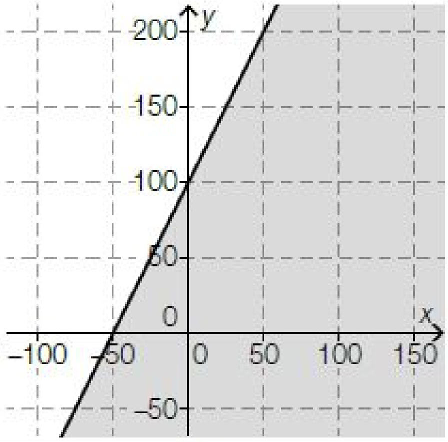
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das erste Zimmer, das der Reisegruppe zugewiesen wird, eines ohne Meerblick ist!

Bonusaufgabe 6 (nur BHS Cluster W1)

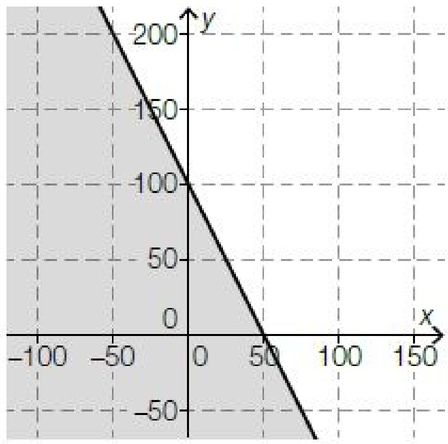
c) 1) Ordnen Sie den beiden Ungleichungen jeweils die richtige grafische Darstellung aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$\frac{1}{2} \cdot x \leq y + 50$	
$\frac{1}{2} \cdot y \leq x + 50$	

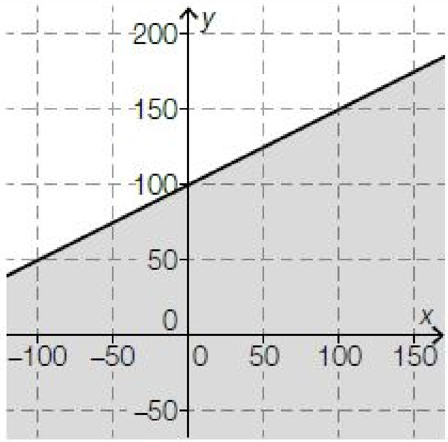
A



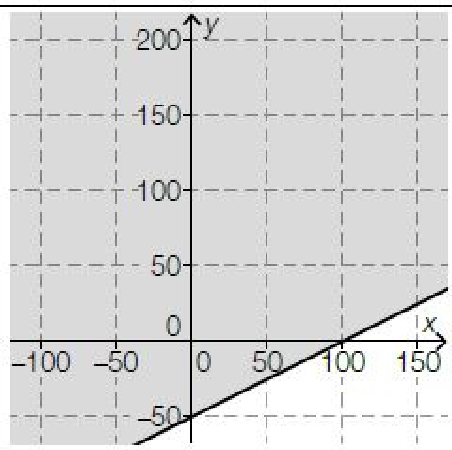
B



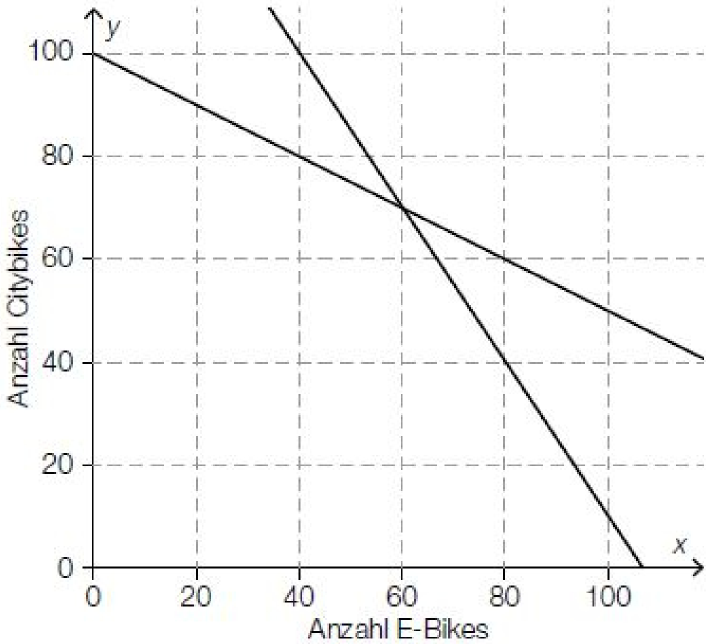
C



D



d) Ein anderer Fahrradverleih möchte x E-Bikes und y Citybikes anschaffen.
In der nachstehenden Abbildung sind bereits die beiden Begrenzungsgeraden für die Ungleichungen $y \leq -1{,}5 \cdot x + 160$ und $y \leq -0{,}5 \cdot x + 100$ eingezeichnet.

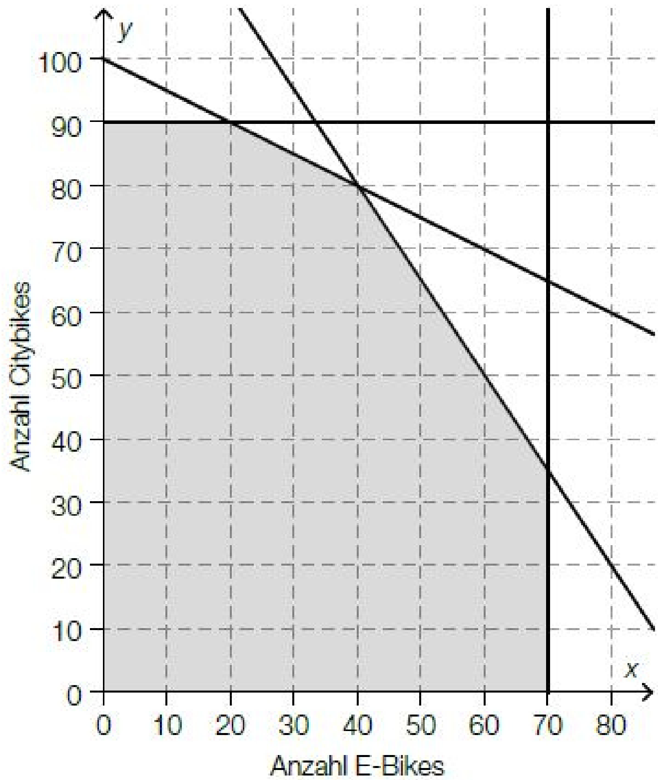


1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Begrenzungsgerade für die Ungleichung $x \leq 80$ ein.

Die 3 genannten Ungleichungen bilden ein Ungleichungssystem.

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems.

e) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich für einen weiteren Fahrradverleih dargestellt.



Die Zielfunktion für den Erlös in Euro pro Tag bei diesem Fahrradverleih lautet:

$E(x, y) = 30 \cdot x + 20 \cdot y$

x ... Anzahl der E-Bikes
y ... Anzahl der Citybikes

Es soll ermittelt werden, wie viele E-Bikes und Citybikes pro Tag verliehen werden müssen, um den maximalen Erlös zu erzielen.

1) Argumentieren Sie, dass es dafür keine eindeutige Lösung gibt.