



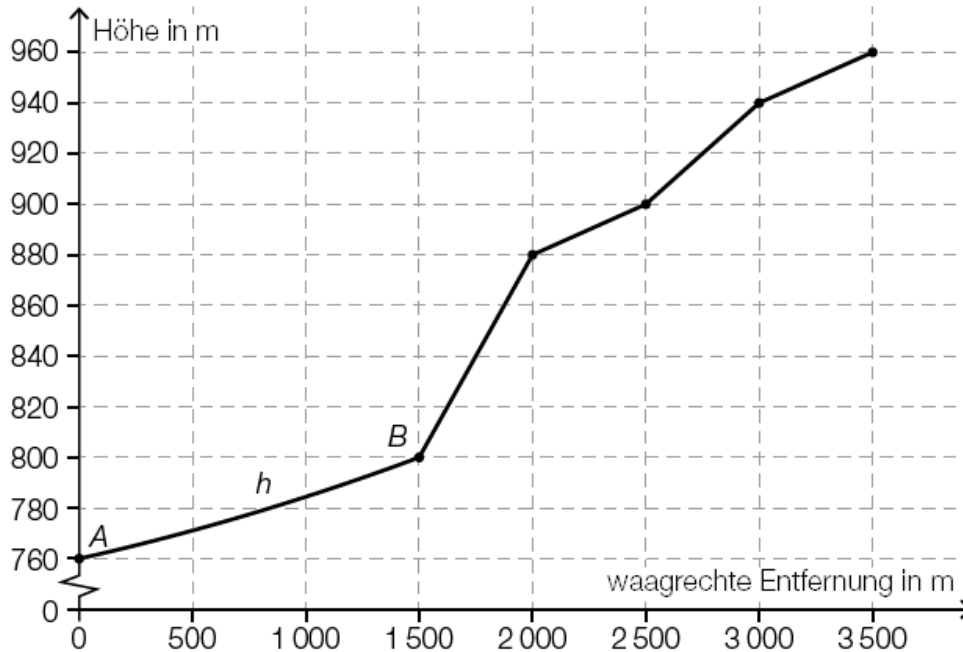
MATHΛGO

HAUSÜBUNG

bis 13.05.2020

Aufgabe 1

In der nachstehenden Abbildung ist das Höhenprofil einer Radtour dargestellt. Zwischen den Punkten A und B lässt sich das Höhenprofil näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion h darstellen. Ab dem Punkt B lässt sich das Höhenprofil näherungsweise durch Geradenstücke darstellen.



- Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung die Steigung des steilsten Geradenstücks in Prozent. (R)

Die Funktion h hat die Form:

$$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

x ... waagrechte Entfernung vom Startpunkt in m

$h(x)$... Höhe bei der Entfernung x in m

Der Graph von h verläuft durch die Punkte $A = (0|760)$ und $B = (1500|800)$ und hat im Punkt A eine Steigung von 0,02.

- Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion h . (A)

Die Funktionsgleichung von h lautet:

$$h(x) = \frac{1}{225000} \cdot x^2 + \frac{1}{50} \cdot x + 760$$

- Berechnen Sie die Steigung der Funktion h an der Stelle $x = 1200$ m. (B)
- Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion h positiv gekrümmt ist. (R)

Aufgabe 2

Roulette ist ein Spiel, bei dem eine Gewinnzahl mithilfe einer rollenden Kugel ermittelt wird. Dabei kann bei jedem Spiel auf eine der 37 Zahlen von 0 bis 36 gesetzt werden. Bei jedem Spiel fällt die Kugel mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf eine dieser Zahlen.



Bildquelle: Ralf Roletschek – own work, CC BY-SA 3.0, <https://de.wikipedia.org/wiki/Roulette#/media/File:13-02-27-spielbank-wiesbaden-by-RalfR-093.jpg> [06.03.2019].

Ein Spieler setzt 20-mal hintereinander auf die Zahl „26“.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel dabei mindestens 2-mal auf diese Zahl fällt. (B)

Auf einem Roulette-Tisch wird 500-mal hintereinander gespielt. Dabei ist die Kugel 20-mal auf die Zahl „13“ gefallen.

- Überprüfen Sie nachweislich, ob der Wert 20 dem Erwartungswert für die Häufigkeit des Auftretens dieser Zahl entspricht. (R)

Die Kugel bewegt sich zunächst auf einer Kreisbahn. Der Radius der Kreisbahn beträgt r Zentimeter. Die Kugel benötigt für einen Umlauf z Sekunden.

- Stellen Sie aus r und z eine Formel zur Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit v der Kugel in m/s auf. (A)

$v =$ _____

Beim Roulette kann auf die Farbe „Rot“ gesetzt werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass man beim Setzen auf die Farbe „Rot“ gewinnt, beträgt $\frac{18}{37}$.

- Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$P(E) = \sum_{k=0}^{10} \binom{30}{k} \cdot \left(\frac{18}{37}\right)^k \cdot \left(\frac{19}{37}\right)^{30-k} \quad (R)$$

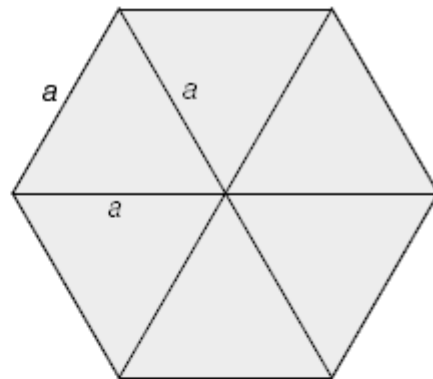
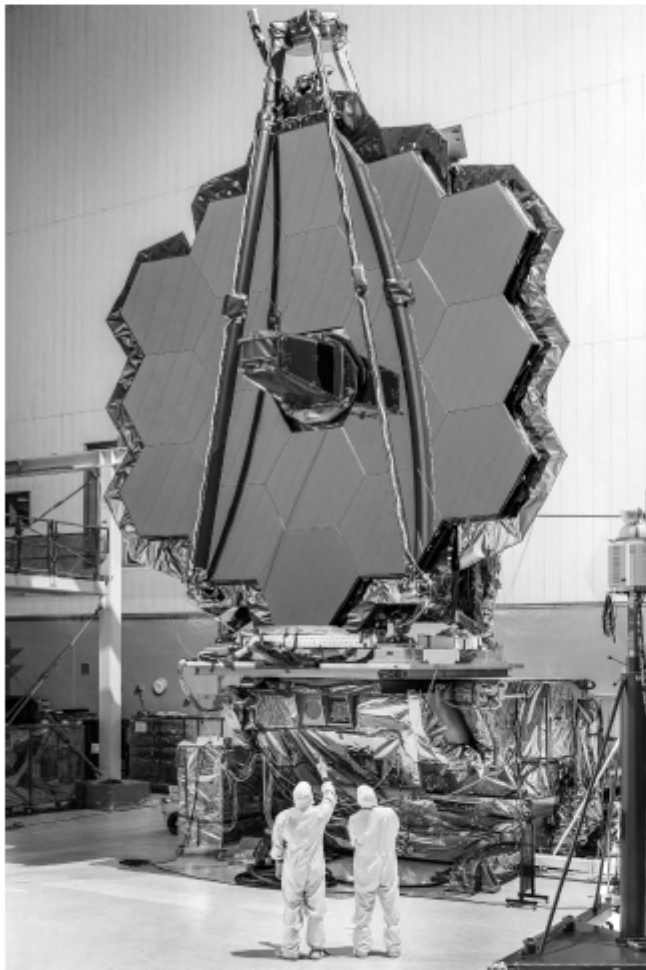
Aufgabe 3

Die voraussichtlichen Baukosten des 6,2 Tonnen schweren *James Webb Space Telescope* (JWST) betragen 8,8 Milliarden Euro.

Man nimmt an, dass die Transportkosten ins Weltall € 12.000 pro Kilogramm des JWST betragen werden.

– Berechnen Sie die Summe aus Baukosten und Transportkosten in Milliarden Euro. (B)

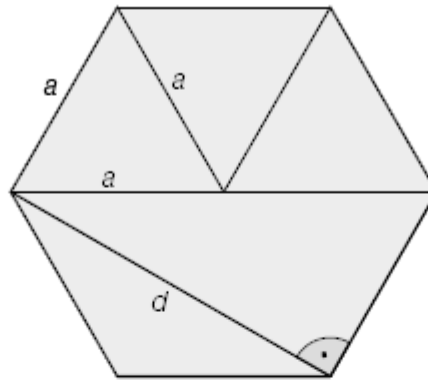
Der Spiegel des JWST hat einen Flächeninhalt von insgesamt 25 m². Er besteht aus 18 gleich großen Modulen. Jedes dieser Module hat die Form eines regelmäßigen Sechsecks. Ein solches Sechseck besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: NASA Goddard Space Flight Center / Chris Gunn from Greenbelt, MD, USA, CC BY 2.0, [https://de.wikipedia.org/wiki/James-Webb-Weltraumteleskop#/media/File:James_Webb_Space_Telescope_Mirrors_Will_Piece_Together_Cosmic_Puzzles_\(30108124923\).jpg](https://de.wikipedia.org/wiki/James-Webb-Weltraumteleskop#/media/File:James_Webb_Space_Telescope_Mirrors_Will_Piece_Together_Cosmic_Puzzles_(30108124923).jpg) [06.03.2019].

– Berechnen Sie die Seitenlänge a eines Sechsecks in Metern. (B)

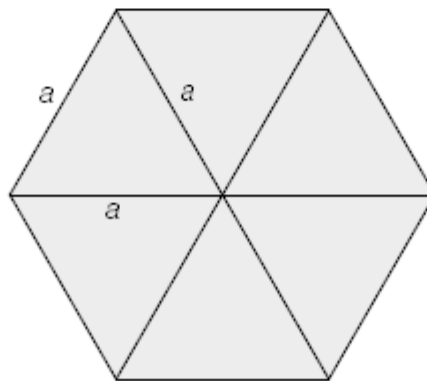
– Stellen Sie aus a eine Formel zur Berechnung von d auf (siehe nachstehende Abbildung). (A)



$d =$ _____

– Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung ein Dreieck mit den Seitenlängen a und x und einem Winkel von 60° ein, für das der folgende Zusammenhang gilt:

$$\sin(60^\circ) = \frac{x}{a} \quad (\text{R})$$



Aufgabe 4

Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2 - 2 \cdot x - 1$.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Differenzialquotienten von f an der Stelle $x = 1$ und geben Sie die Bedeutung dieses Wertes für den Verlauf des Graphen an!

Leitfrage:

Geben Sie einen Term in Abhängigkeit vom Parameter a ($a \in \mathbb{R}$ und $a < 3$) zur Berechnung des Differenzenquotienten von f im Intervall $[a; 3]$ an!

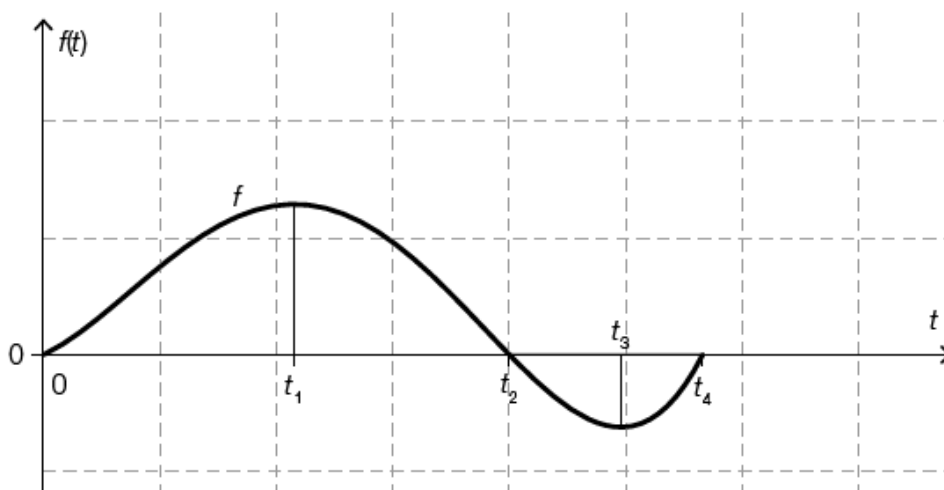
Bestimmen Sie den Wert des Parameters a so, dass dieser Differenzenquotient gleich dem Differenzialquotienten von f an der Stelle $x = 1$ ist!

Aufgabe 5

In einer Regentonne befinden sich 20 Liter Wasser.

Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ ändert sich die Wassermenge in der Tonne. Die Funktion f beschreibt die momentane Änderungsrate der in der Tonne enthaltenen Wassermenge in Abhängigkeit von der Zeit ($f(t)$ in Litern pro Stunde, t in Stunden).

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f .



Aufgabenstellung:

Geben Sie an, zu welchem der in der obigen Abbildung gekennzeichneten Zeitpunkte t_1 bis t_4 die Wassermenge in der Tonne am größten ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Leitfrage:

Geben Sie eine Formel für die in der Tonne enthaltene Wassermenge M zum Zeitpunkt t_4 an!

Markieren Sie in der obigen Abbildung näherungsweise denjenigen im Intervall $[0; t_4)$ liegenden Zeitpunkt t^* , zu dem sich gleich viel Wasser in der Tonne wie zum Zeitpunkt t_4 befindet!
Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

Bonusaufgabe 6 (nur BHS Cluster W1 (nur Frage a) & W2)

a) Die Kosten für den Kaffeeautomaten betragen € 5.500.

Der Elternverein erhält folgendes Leasingangebot:

- Anzahlung: € 1.000 bei Vertragsabschluss
- 48 Monatsraten zu je € 100
- Die Ratenzahlungen beginnen einen Monat nach Vertragsabschluss.
- Der Restwert in Höhe von € 900 ist gleichzeitig mit der letzten Rate zu bezahlen.

1) Berechnen Sie den effektiven Jahreszinssatz für dieses Angebot.

b) Der Elternverein zahlt die Kosten für den Kaffeeautomaten in Höhe von € 5.500 sofort und darf dafür die Einnahmen behalten.

Der Kassier des Elternvereins legt seiner Berechnung folgende Annahmen zugrunde:

- Er rechnet mit 150 Bechern Kaffee pro Tag für 40 Schulwochen zu je 5 Tagen.
- Wareneinsatz pro Becher Kaffee: 30 Cent
- Verkaufspreis pro Becher Kaffee: 45 Cent
- Wartungskosten: € 1.400 pro Jahr
- Nach 4 Jahren soll der Kaffeeautomat um € 900 verkauft werden.

1) Tragen Sie die Einnahmen, Ausgaben und Rückflüsse in die nachstehende Tabelle ein.

Jahr	Einnahmen in Euro	Ausgaben in Euro	Rückflüsse in Euro
0			
1			
2			
3			
4			

Der Kassier nimmt einen kalkulatorischen Zinssatz von 1,8 % p. a. an.

2) Berechnen Sie den Kapitalwert.

3) Berechne den internen Zinssatz

4) Berechne den modifizierten internen Zinssatz