



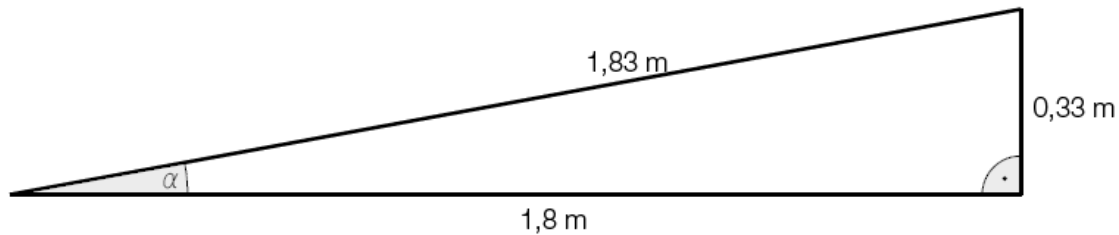
MATHΛGO

HAUSÜBUNG

bis 11.05.2020

Aufgabe 1

Vor einem Eingang wird eine Rampe gebaut. Die Rampe hat in der Ansicht von der Seite die Form eines rechtwinkligen Dreiecks (siehe nachstehende Abbildung).



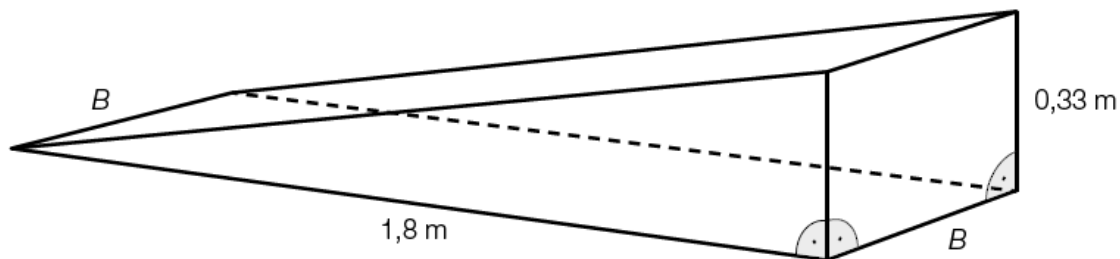
– Zeigen Sie rechnerisch, dass das obige Dreieck tatsächlich rechtwinklig ist. (R)

– Berechnen Sie den Steigungswinkel α dieser Rampe. (B)

Diese Rampe (siehe nachstehende Abbildung) wird aus Beton gefertigt und hat die Masse m_R in Kilogramm.

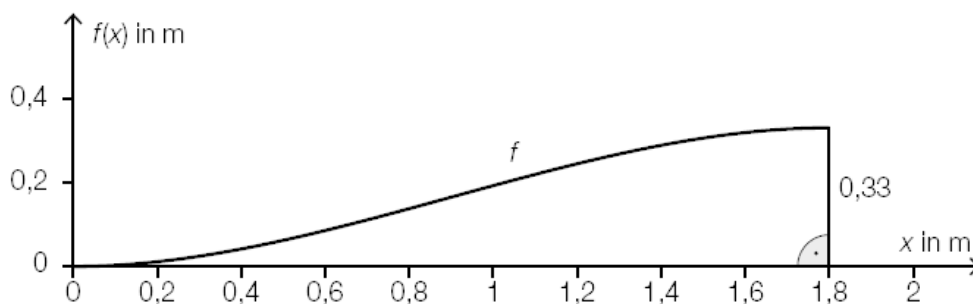
Die Dichte des verwendeten Betons beträgt $\rho_{\text{Beton}} = 2400 \text{ kg/m}^3$.

Die Masse m ist das Produkt aus Volumen V und Dichte ρ , also $m = V \cdot \rho$.



– Stellen Sie aus m_R eine Formel zur Berechnung der Breite B dieser Rampe in Metern auf. (A)

Die nachstehende Abbildung zeigt das Modell für eine andere Rampe in der Ansicht von der Seite.



$$f(x) = -\frac{55}{486} \cdot x^3 + \frac{11}{36} \cdot x^2 \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 1,8$$

Der Bauherr gibt für die Rampe eine maximale Steigung von 25 % vor.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob die Vorgabe hinsichtlich der maximalen Steigung erfüllt ist.

Aufgabe 2

Bei Zahlungen mittels Online-Banking benötigt man eine *Transaktionsnummer*, kurz *TAN* genannt.

Bei Bank *A* besteht die TAN aus n Zeichen. Ein Zeichen kann dabei eine Ziffer von 0 bis 9 oder einer der 26 Kleinbuchstaben des Alphabets sein. Für die Erstellung einer TAN werden die Zeichen unabhängig voneinander ausgewählt. Jedes Zeichen kann dabei auch mehrfach in einer TAN vorkommen.

- Stellen Sie aus n eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf. (A)

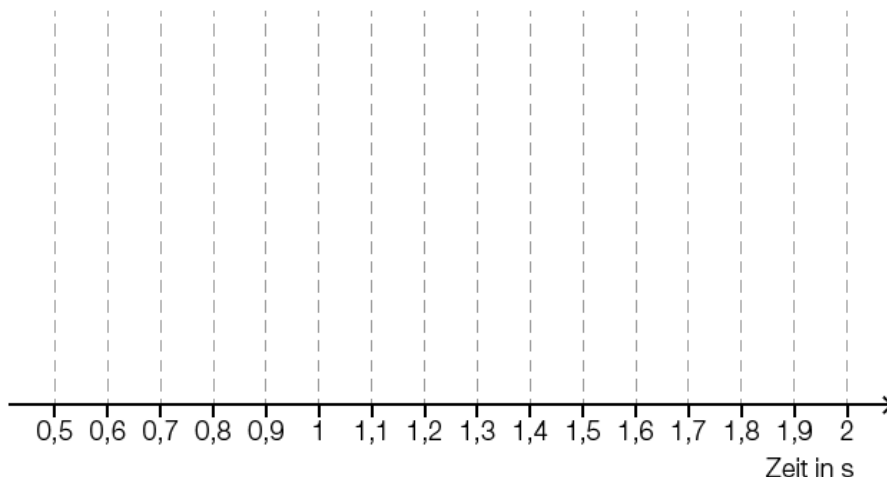
$P(\text{„die } n\text{-stellige TAN besteht nur aus Kleinbuchstaben“}) =$ _____

Bei Bank *B* besteht eine TAN aus 4 Ziffern, wobei jede Ziffer von 0 bis 9 in einer TAN nur einmal vorkommen darf. Für die Erstellung einer TAN werden die Zeichen nacheinander zufällig ausgewählt.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine nach den Kriterien von Bank *B* erstellte TAN „8012“ lautet. (B)

Die Zeit zwischen dem Anfordern einer TAN und dem Erhalt der TAN auf dem Handy ist bei einer bestimmten Bank näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1,2$ s und der Standardabweichung $\sigma = 0,2$ s.

- Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion. (B)



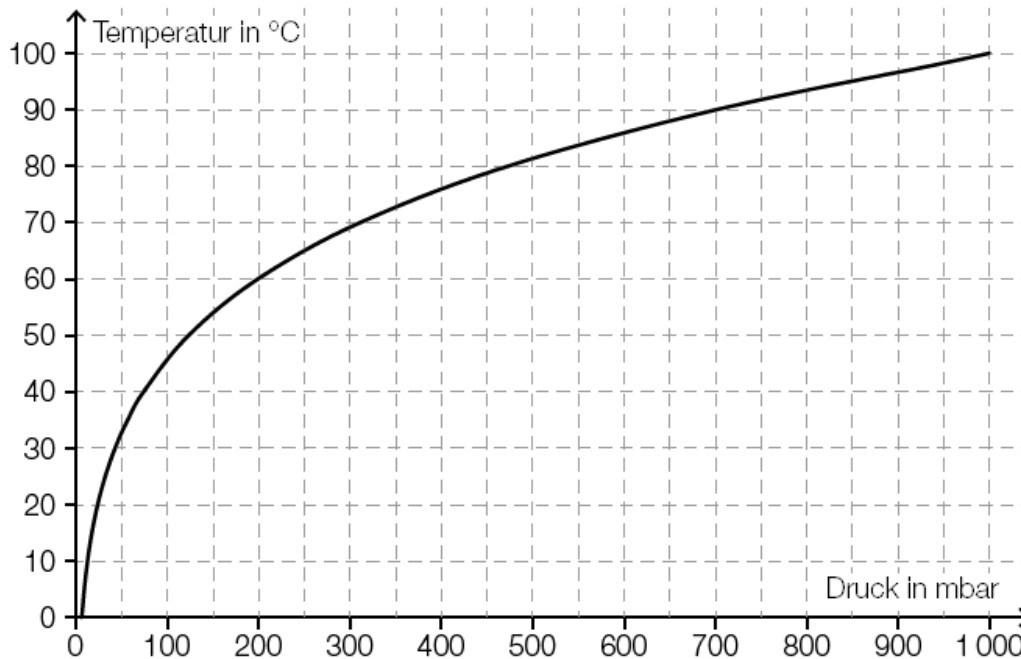
Die Verteilungsfunktion der normalverteilten Zufallsvariablen X , die die Zeit zwischen dem Anfordern und dem Erhalt einer TAN in Sekunden angibt, wird mit F bezeichnet.

- Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet wird:

$$P(E) = F(1,6) - F(0,8) \quad (R)$$

Aufgabe 3

In der nachstehenden Abbildung ist die Siedetemperatur von Wasser in Grad Celsius in Abhängigkeit vom Druck in Millibar (mbar) dargestellt.



- Interpretieren Sie mithilfe der obigen Abbildung die Bedeutung des Ergebnisses der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{100 \text{ °C} - 60 \text{ °C}}{1\,000 \text{ mbar} - 200 \text{ mbar}} = 0,05 \frac{\text{°C}}{\text{mbar}} \quad (\text{R})$$

Die Siedetemperatur von Wasser ist unter anderem vom Luftdruck abhängig. Der Luftdruck kann in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel (Seehöhe) näherungsweise durch die Funktion p beschrieben werden.

$$p(h) = 1\,000 \cdot e^{-0,126 \cdot h}$$

h ... Seehöhe in km

$p(h)$... Luftdruck bei der Seehöhe h in mbar

Damit ein Eidotter beim Kochen in Wasser fest werden kann, ist ein Luftdruck von mindestens 560 mbar nötig.

- Berechnen Sie, bis zu welcher Seehöhe ein Eidotter beim Kochen in Wasser fest werden kann. (B)

Franz behauptet: „Der Parameter $-0,126$ bedeutet, dass der Luftdruck pro Kilometer um 12,6 % abnimmt.“

- Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist. (R)

Eine Faustregel lautet:

Die Siedetemperatur von Wasser nimmt pro 300 m Höhenzunahme um 1 °C ab.

Auf Höhe des Meeresspiegels liegt die Siedetemperatur bei 100 °C.

Die Siedetemperatur in Grad Celsius soll in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel in Metern beschrieben werden.

– Stellen Sie die zugehörige Funktionsgleichung auf.

(A)

Aufgabe 4

Die Höhe eines Löwenzahns (in cm) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Wochen) wird für einen Zeitraum von 15 Wochen näherungsweise durch eine Polynomfunktion p mit $p(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ beschrieben.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist der Löwenzahn 1 cm hoch. Seine Wachstumsgeschwindigkeit beträgt zu diesem Zeitpunkt 0,4 cm pro Woche.

Seine maximale Wachstumsgeschwindigkeit erreicht der Löwenzahn nach 7 Wochen.

Am Ende des Beobachtungszeitraums wird eine Höhe des Löwenzahns von 19 cm gemessen.

Aufgabenstellung:

Geben Sie ein entsprechendes Gleichungssystem zur Berechnung der Werte a, b, c und d an!

Leitfrage:

Über einen längeren Zeitraum stellt die Funktion h mit $h(t) = \frac{20}{1 + 19 \cdot e^{k \cdot t}}$ eine realistischere Modellierung der Höhe des Löwenzahns dar.

Im Zeitintervall $[0; 12]$ wächst der Löwenzahn durchschnittlich um 1,4 cm pro Woche.

Bestimmen Sie den Wert von k !

Aufgabe 5

Der Zusammenhang zwischen der Höhe h über dem Meeresspiegel und dem dort herrschenden Luftdruck $p(h)$ kann durch die barometrische Höhenformel näherungsweise beschrieben werden:

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{7991}}$$

h ... Höhe über dem Meeresspiegel in Metern (m)

$p(h)$... Luftdruck in der Höhe h in Hektopascal (hPa)

p_0 ... Luftdruck auf Höhe des Meeresspiegels (bei $h = 0$); $p_0 > 0$

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie diejenige Höhe h_1 , in der der Luftdruck nur mehr 80 % von p_0 beträgt!

Leitfrage:

Der Zusammenhang zwischen der Höhe über dem Meeresspiegel und dem dort herrschenden Luftdruck kann im Intervall [0 m; 3500 m] näherungsweise durch eine lineare Funktion f (in Abhängigkeit von h) beschrieben werden.

An einem bestimmten Tag wurden folgende Werte ermittelt:

Seehöhe in m	Luftdruck in hPa
1 500	840
2 000	790

Geben Sie eine Funktionsgleichung von f so an, dass sie die gemessenen Werte wiedergibt!

Berechnen Sie für die oben bestimmte Höhe h_1 die Differenz (in hPa) zwischen dem durch die barometrische Höhenformel errechneten Wert von $p(h_1)$ und dem durch die lineare Funktion f errechneten Wert! Nehmen Sie bei Ihren Berechnungen an, dass der Wert von p_0 1013 hPa beträgt.

Bonusaufgabe 6 (nur AHS)

Der Betreiber des Kinos möchte wissen, wie zufrieden seine Kundschaft mit dem gebotenen Service (Buffet, Sauberkeit etc.) ist. Bei einer Umfrage geben von 628 Besucherinnen und Besuchern 515 Besucher/innen an, dass sie mit dem gebotenen Service im Kino insgesamt zufrieden sind.

- 1) Bestimmen Sie auf Basis dieser Befragung ein symmetrisches 95%-Konfidenzintervall für den relativen Anteil aller Besucher/innen dieses Kinos, die mit dem gebotenen Service insgesamt zufrieden sind.

Bei einer zweiten Befragung werden viermal so viele Personen befragt, wobei der relative Anteil der mit dem gebotenen Service insgesamt zufriedenen Besucher/innen wieder genauso groß wie bei der ersten Befragung ist.

- 2) Geben Sie an, wie sich diese Vergrößerung der Stichprobe konkret auf die Breite des aus der ersten Befragung ermittelten symmetrischen 95%-Konfidenzintervalls auswirkt.