MATHAGO

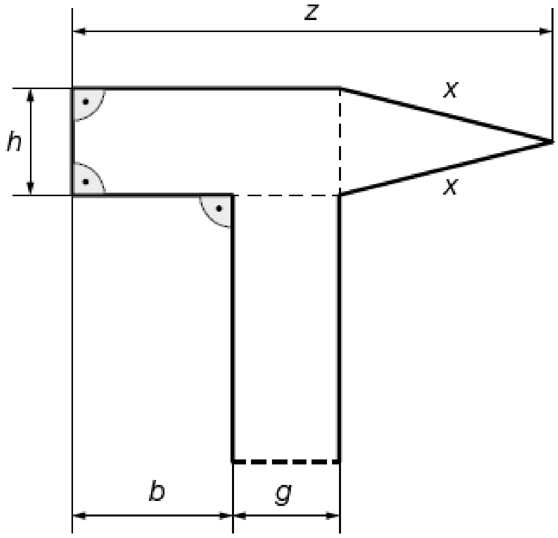
HAUSÜBUNG

bis 08.05.2020

Aufgabe 1

Bei einem Geschicklichkeitsspiel schlägt man Nägel mit einem Hammer in einen Baumstamm.

In der nachstehenden (nicht maßstabgetreuen) Abbildung ist der Querschnitt des oberen Teils eines Hammers dargestellt.



– Stellen Sie aus h, z, b und g eine Formel für die Länge x auf. (A)

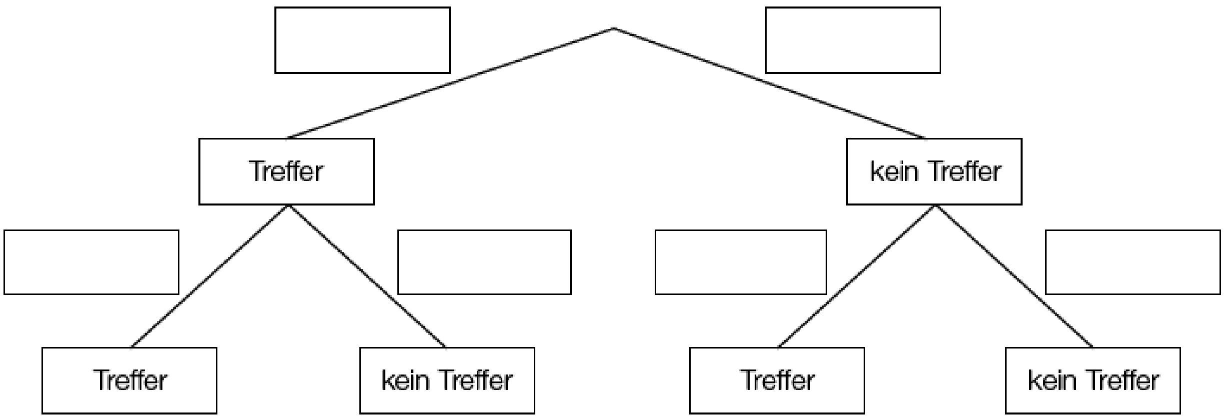
$x =$ ________________________________

Leo trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 %.
Max trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 %.
Tim trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer dieser Spieler seinen Nagel beim ersten Versuch trifft. (B)

Nejla trifft ihren Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit p. Wenn der erste Versuch ein Treffer war, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Versuch ebenfalls ein Treffer ist, um 0,05 größer als p.
Wenn der erste Versuch kein Treffer war, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass der nächste Versuch ein Treffer ist, um 0,05 kleiner als p.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)

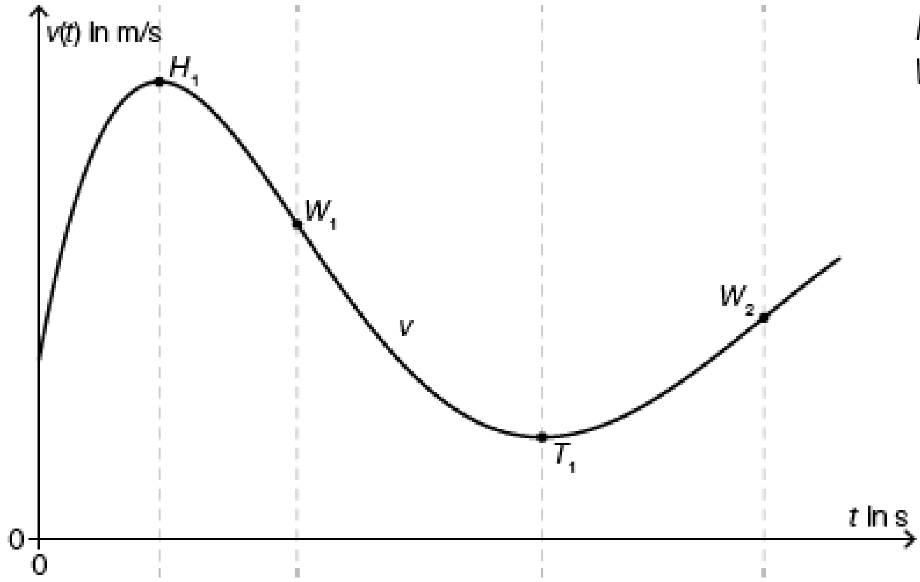


Bei einem Wettbewerb treten Teams, die aus mehreren Personen bestehen, gegeneinander an. Für jede Person wird notiert, nach wie vielen Versuchen der Nagel vollständig in den Baumstamm eingeschlagen ist.
Aus diesen absoluten Häufigkeiten werden das arithmetische Mittel und die Standardabweichung für jedes Team berechnet.
Aufgrund eines Regelverstoßes wird bei einem bestimmten Team bei jeder Person nachträglich ein Versuch dazugezählt.

– Geben Sie an, ob und wie sich dadurch für dieses Team das arithmetische Mittel bzw. die Standardabweichung ändert. (R)

Aufgabe 2

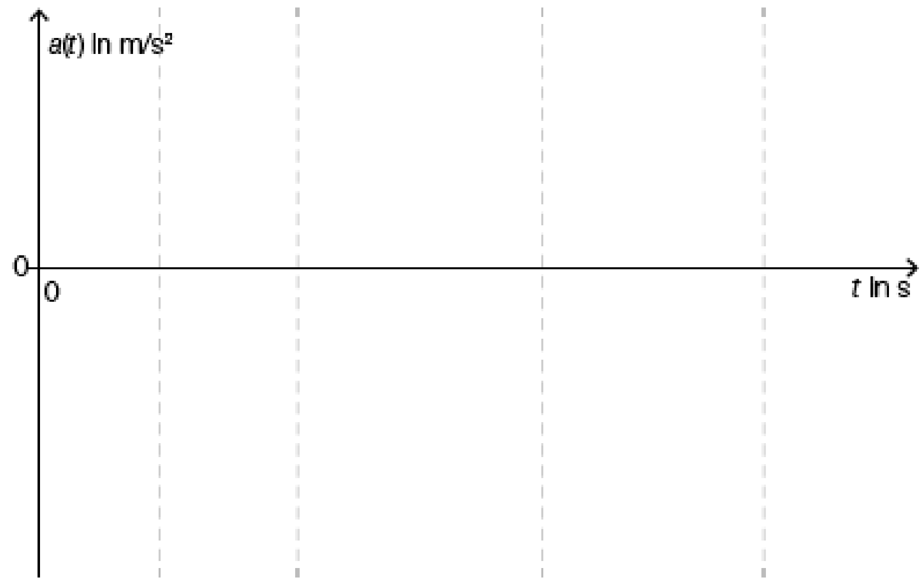
Ein Rennauto fährt auf einer Rennstrecke.
In der nachstehenden Abbildung ist das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für einen Teil dieser Fahrt dargestellt.



H_1, T_1 ... Extrempunkte
W_1, W_2 ... Wendepunkte

– Begründen Sie anhand der obigen Abbildung, warum die Funktion v keine Polynomfunktion 3. Grades sein kann. (R)

– Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem das zugehörige Beschleunigung-Zeit-Diagramm für diesen Teil der Fahrt unter Berücksichtigung der Punkte H_1, T_1, W_1 und W_2. (A)



– Stellen Sie mithilfe der Funktion v eine Formel für den zurückgelegten Weg s im Zeitintervall $[0; T]$ auf. (A)

$s =$ ______________________________

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der die mittlere Geschwindigkeit des Rennautos in den ersten 10 Sekunden der Fahrt zutreffend beschreibt. *[1 aus 5]* (R)

t ... Zeit in s
$a(t)$ ... Beschleunigung zur Zeit t in m/s^2
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

$\frac{v(10) - v(0)}{10}$	☐
$\frac{a(10) - a(0)}{10}$	☐
$\frac{v'(10) - v'(0)}{10}$	☐
$\frac{s'(10) - s'(0)}{10}$	☐
$\frac{s(10) - s(0)}{10}$	☐

Aufgabe 3

Die jährlichen Zuwächse der Kollektorfläche von Sonnenkollektoren in Österreich wurden untersucht (siehe nachstehende Abbildung).

Jahr	Zuwachs der Kollektorfläche im jeweiligen Jahr in m²
2000	167 682
2001	169 147
2002	163 600
2003	176 820
2004	191 494
2005	243 075
2006	299 604
2007	289 681
2008	362 923
2009	364 887
2010	285 787
2011	249 240
2012	209 630
2013	181 650
2014	155 170
2015	137 740
2016	111 930

Datenquelle: Lasinger, Dietmar (Hrsg.): *Österreichs Wirtschaft im Überblick 2017/2018*. Wien: Österreichisches Gesellschafts- und Wirtschaftsmuseum 2017, S. 34.

Diese Zuwächse können von 2009 bis 2016 näherungsweise durch eine quadratische Funktion f modelliert werden.

$f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für das Jahr 2009
$f(t)$ ... Zuwachs der Kollektorfläche im Jahr t in m²

Dazu werden die Werte aus dem Jahr 2009 und aus dem Jahr 2016 herangezogen. Die Funktion f soll an der Stelle $t = 7$ ihr Minimum annehmen.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten dieser quadratischen Funktion. (A)

Jemand behauptet: „Der Zuwachs im Jahr 2008 liegt um ungefähr gleich viel Prozent über jenem von 2012, wie der Zuwachs von 2012 über jenem von 2016 liegt."

– Zeigen Sie rechnerisch, dass diese Behauptung falsch ist. (B)

Im Zeitraum von 2000 bis 2016 wurden Sonnenkollektoren mit einem Flächeninhalt von insgesamt rund 3,76 km² verbaut.
Ein übliches Fußballfeld weist einen Flächeninhalt von 7 140 m² auf.

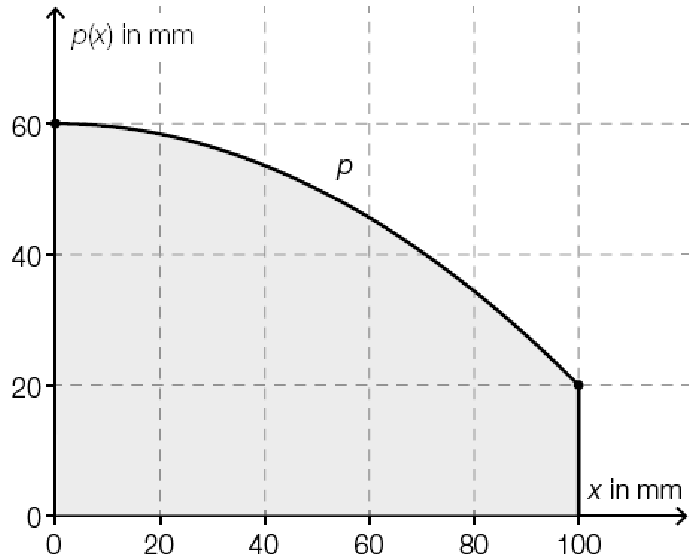
– Berechnen Sie, wie vielen Fußballfeldern diese Fläche der Sonnenkollektoren entspricht. (B)

Der Median der im obigen Balkendiagramm angegebenen Zuwächse wird berechnet.

– Begründen Sie, warum dieser Median genau einem Wert aus dem Balkendiagramm entsprechen muss. (R)

Aufgabe 4

In der nachstehenden Abbildung ist ein Flächenstück dargestellt. Es wird von den positiven Koordinatenachsen, von der Geraden mit der Gleichung $x = 100$ und vom Graphen einer quadratischen Funktion p, der zur senkrechten Achse symmetrisch ist, begrenzt ($p(x)$ und x in mm). Die Koordinaten der eingezeichneten Punkte sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Inhalt des Flächenstücks und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

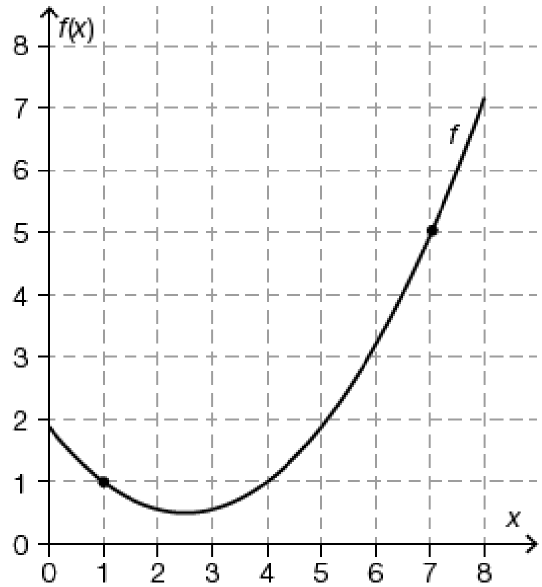
Leitfrage:

Das Flächenstück soll durch eine zur senkrechten Achse parallele Gerade h halbiert werden.

Geben Sie eine Gleichung zur Berechnung des Abstands e der Geraden h zur senkrechten Achse an und berechnen Sie diesen Abstand!

Aufgabe 5

Nachstehend ist der Graph einer Funktion f im Intervall [0; 8] gegeben. Die Koordinaten der eingezeichneten Punkte sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie grafisch näherungsweise denjenigen Punkt $P = (p_x | p_y)$, in dem der Differenzialquotient gleich dem Differenzenquotienten im Intervall [1; 7] ist, und kennzeichnen Sie den Punkt P in der obigen Abbildung!

Leitfrage:

Gegeben ist das Intervall $[1; b]$ mit $1 < b \leq 8$.

Bestimmen Sie jeweils ein mögliches $b \in \mathbb{Z}$ so, dass gilt:

- $\frac{f(b) - f(1)}{b - 1} > 0$
- $\frac{f(b)}{f(1)} > 3$

Bonusaufgabe 6 (nur AHS (nur Frage a) & BHS Cluster P)

a) In einer Kiste sind genau 3 Bausteine: ein roter, ein blauer und ein grüner. Jemand nimmt ohne hinzusehen einen Baustein nach dem anderen aus der Kiste. Es wird nun so lange ohne Zurücklegen gezogen, bis man den blauen Baustein gezogen hat.

– Veranschaulichen Sie die möglichen Ausgänge dieses Zufallsexperiments in einem mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm. (A)

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Züge, die benötigt werden, bis der blaue Baustein gezogen worden ist.

– Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle. (R)

Anzahl der Züge	Wahrscheinlichkeit

– Berechnen Sie, mit wie vielen Zügen man erwartungsgemäß rechnen muss, bis der blaue Baustein gezogen worden ist. (B)

b) Armin und Bernd wollen an einem Wettbewerb teilnehmen, bei dem man 100 km mit dem Rad fahren muss. Sie überlegen sich dazu unterschiedliche Trainingspläne.

Die Trainingsdauer der beiden für jede Woche kann jeweils durch eine Folge beschrieben werden. Die folgende Tabelle gibt die Trainingspläne der beiden wieder:

Trainingsdauer von ...	Woche 1	Woche 2	Woche 3
Armin	1,5 Stunden	2 Stunden	2,5 Stunden
Bernd	1,5 Stunden	1,8 Stunden	2,16 Stunden

– Geben Sie an, welche Art von Folge beim Trainingsplan von Armin und welche beim Trainingsplan von Bernd verwendet wird. (R)
– Stellen Sie ein rekursives Bildungsgesetz auf, mit dem Armin die Trainingsdauer für die jeweils nachfolgende Woche berechnen kann. (A)
– Stellen Sie ein rekursives Bildungsgesetz auf, mit dem Bernd seine Trainingsdauer für die jeweils nachfolgende Woche berechnen kann. (A)

c) In einem Schulzentrum gibt es 2 Schultypen. Einerseits gibt es eine AHS, die sowohl für die Unterstufe als auch für die Oberstufe angeboten wird. Andererseits wird für die Oberstufe auch eine BAKIP angeboten. Nun sollen folgende Mengen betrachtet werden:

A … Menge aller Schüler/innen in der AHS
B … Menge aller Schüler/innen in der BAKIP
J … Menge aller Schüler/innen, die eine Oberstufe besuchen
S … Menge aller sportbegeisterten Schüler/innen
F … Menge aller fernsehbegeisterten Schüler/innen

– Beschreiben Sie die Bedeutung der Menge $(J \cap S) \setminus B$. (R)

Die Menge C beinhaltet alle Schüler/innen in der BAKIP, die fernsehbegeistert und sportbegeistert sind.

– Geben Sie diese Menge C als Verknüpfung von gegebenen Mengen an. (A)
– Erklären Sie, warum die Menge $(A \cap B)$ sicher leer ist, die Menge $(S \cap F)$ jedoch nicht leer sein muss. (R)