MATHAGO

HAUSÜBUNG

bis 06.05.2020

Aufgabe 1

In einem Lehrvideo wird die Flugbahn eines Golfballs in einem horizontalen Gelände näherungsweise durch die Funktion h beschrieben:

$h(x) = -0{,}00006 \cdot x^3 - 0{,}0003 \cdot x^2 + 0{,}2 \cdot x$ mit $0 \leq x \leq 55{,}28$

x ... waagrechter Abstand vom Abschlagpunkt in m
$h(x)$ ... Höhe des Golfballs beim Abstand x in m

– Stellen Sie mithilfe von h eine Gleichung auf, mit der man berechnen kann, in welcher Entfernung vom Abschlagpunkt der Golfball eine Höhe von 80 cm hat. (A)

– Berechnen Sie den Steigungswinkel der Flugbahn im Abschlagpunkt. (B)

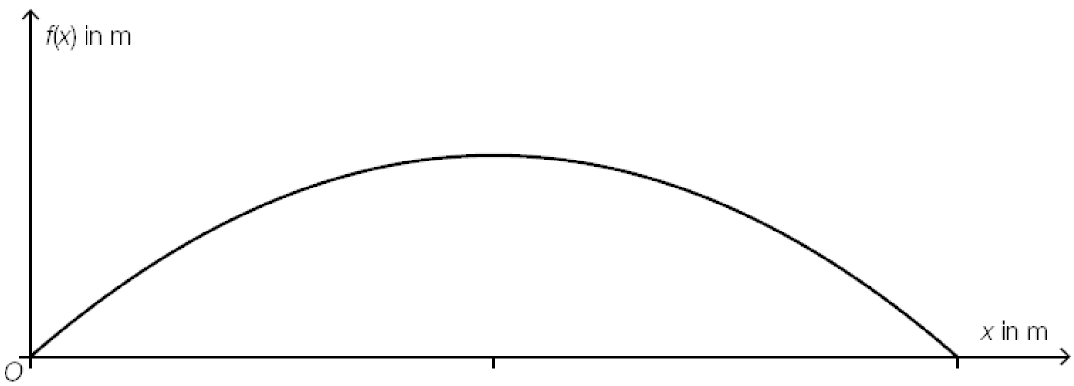
– Kreuzen Sie die richtige Aussage an. *[1 aus 5]* (B)

Die Funktion h' ist überall positiv.	☐
Die Funktion h'' ist eine lineare Funktion.	☐
Die Funktion h'' ist überall positiv.	☐
Die Funktion h'' ist monoton steigend.	☐
Die Funktion h' ist positiv gekrümmt.	☐

Martin schlägt vor, die Flugbahn des Golfballs mithilfe des Graphen einer quadratischen Funktion f zu modellieren (siehe nachstehende Abbildung):

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... waagrechter Abstand vom Abschlagpunkt in m
$f(x)$ ... Höhe des Golfballs beim Abstand x in m



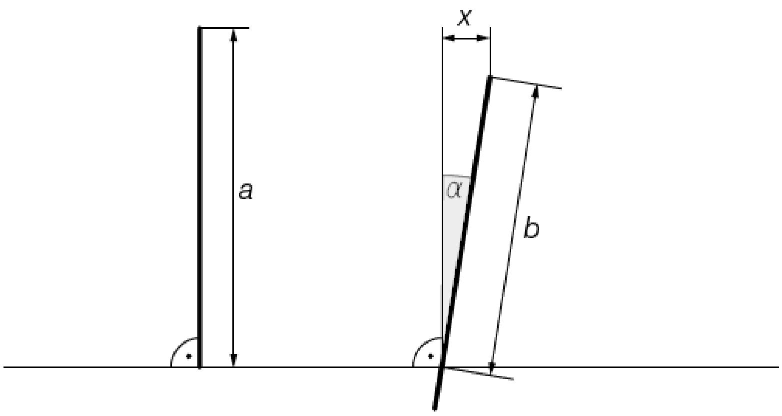
Er behauptet:

für den Parameter a gilt: $a < 0$
für den Parameter c gilt: $c > 0$

– Argumentieren Sie, dass eine der beiden Behauptungen richtig und die andere falsch ist. (R)

Aufgabe 2

Der *Millennium Tower* in San Francisco wurde im Jahr 2009 gebaut. Im Jahr 2016 stellte man fest, dass sich dieser gesenkt und zur Seite geneigt hat (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



– Stellen Sie aus x und b eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. (A)

$\alpha =$ ______________________________

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel $\beta = 180° - \arccos\left(\frac{x}{b}\right)$. (R)

Folgende Werte wurden gemessen:

im Jahr 2009: $a = 196{,}60$ m
im Jahr 2016: $b = 196{,}20$ m, $x = 15$ cm

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent b kleiner als a ist. (B)

– Ergänzen Sie den fehlenden Wert für x. (A)

$x =$ __________ $\cdot 10^{-2}$ m

Aufgabe 3

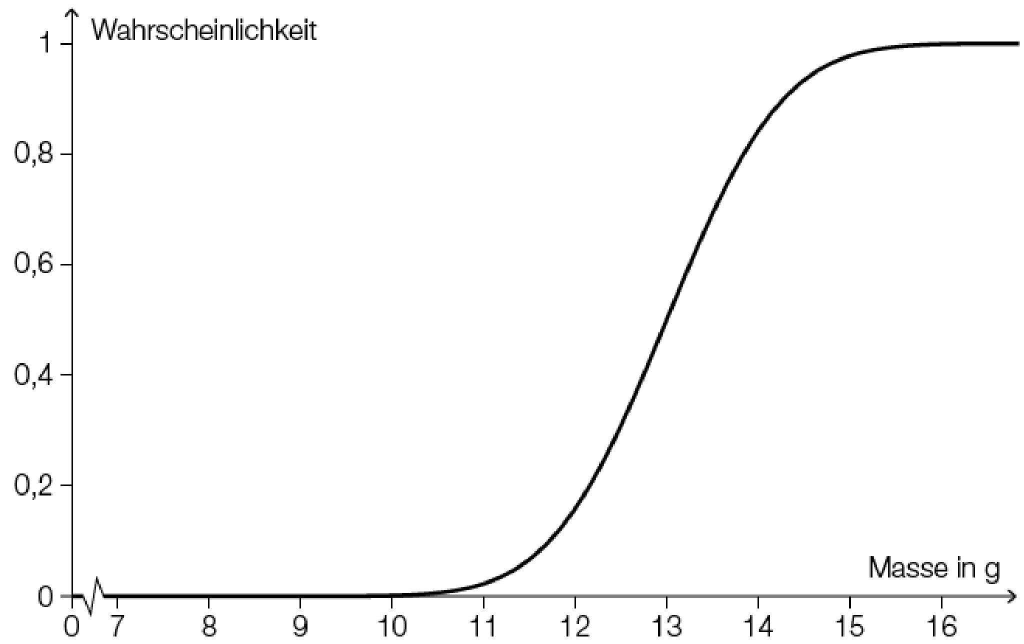
Eine Bäckerei stellt Kekse her. Die Masse der Kekse ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 13{,}0$ g und der Standardabweichung $\sigma = 1{,}0$ g.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig auswähltes Keks höchstens eine Masse von 11,5 g aufweist. (B)

– Ermitteln Sie denjenigen zum Erwartungswert μ symmetrischen Bereich, in dem die Masse eines zufällig ausgewählten Kekses mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % liegt. (B)

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Verteilungsfunktion der Masse der Kekse.

– Veranschaulichen Sie in dieser Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Kekses zwischen 12 g und 14 g liegt. (A)



Erfahrungsgemäß beträgt für jedes Keks die Wahrscheinlichkeit, dass es bei der Herstellung zerbricht, konstant p.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit wie folgt berechnet werden kann:

$P(E) = 1 - (1 - p)^{10}$ (R)

Aufgabe 4

Von einem Quader mit den Grundkanten a und b und der Höhe h kennt man $a = 17{,}5\text{ cm}$ und das Volumen $V = 3\,080\text{ cm}^3$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Gleichung derjenigen Funktion $b: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ an, die jeder Höhe h die entsprechende Seitenlänge $b(h)$ zuordnet!

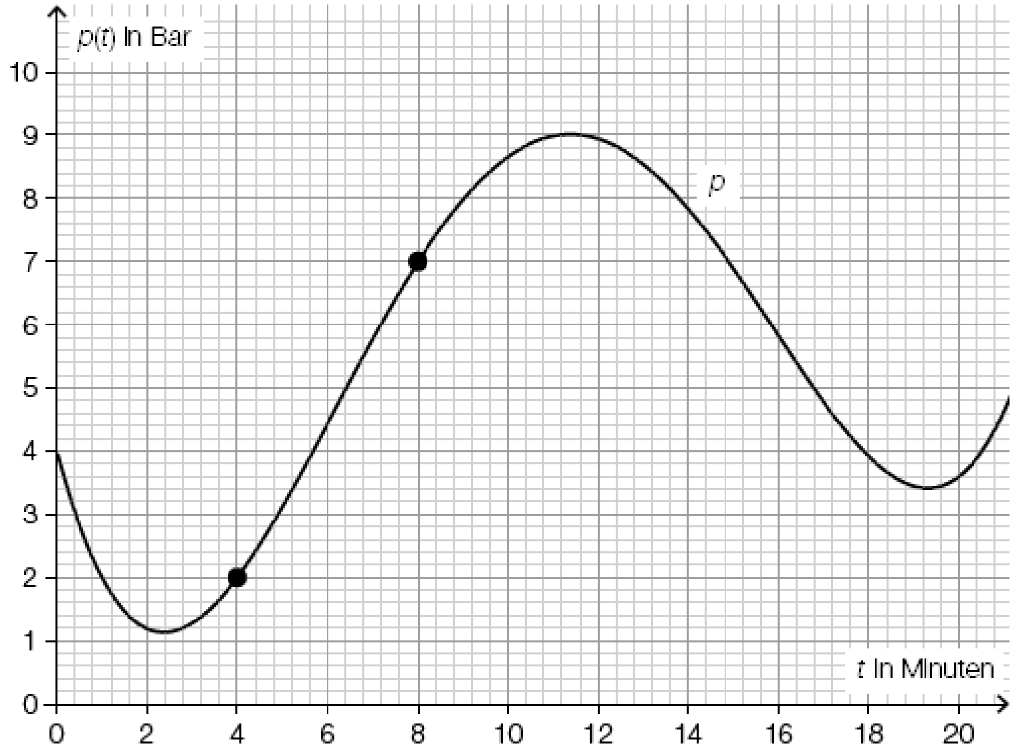
Leitfrage:

Geben Sie eine Gleichung derjenigen Funktion $O: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ an, die jeder Höhe h die entsprechende Oberfläche $O(h)$ zuordnet!

Geben Sie die kleinstmögliche Oberfläche eines derartigen Quaders an!

Aufgabe 5

Der Druck, der bei einem physikalischen Experiment auftritt, kann durch eine Polynomfunktion p vierten Grades modelliert werden.
In der nachstehenden Abbildung ist der Druckverlauf in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt. Dabei ist $p(t)$ der Druck (in Bar) t Minuten nach Beginn des Experiments. Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die absolute und die relative (prozentuelle) Druckänderung im Zeitintervall [4; 8]!

Leitfrage:

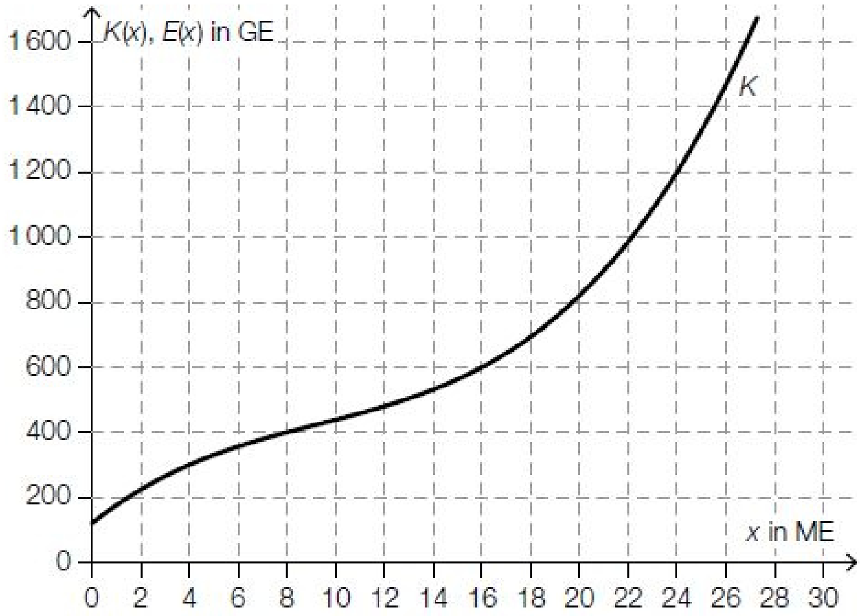
Geben Sie mithilfe der obigen Abbildung diejenigen Stellen an, für die die momentane Änderungsrate des Druckes gleich null ist! Erläutern Sie, warum außerhalb des oben dargestellten Bereichs bei der vorliegenden Modellierung keine weiteren derartigen Stellen existieren!

Erläutern Sie, wie man mithilfe der Funktionsgleichung der Modellierungsfunktion p denjenigen Zeitpunkt t_0 ermitteln kann, zu dem die momentane Änderungsrate des Druckes p maximal ist!

Bonusaufgabe 6 (nur AHS, BHS Cluster W1 & W2)

a) Ein Unternehmen stellt Kunststoffrohre her, die zu einem fixen Preis verkauft werden.

Im nachstehenden Diagramm ist der Graph der Kostenfunktion K für die Herstellung der Kunststoffrohre dargestellt.



Der Break-even-Point liegt bei einer Produktion von 8 ME. Die Kosten betragen dabei 400 GE.

– Zeichnen Sie den Graphen der Erlösfunktion E im obigen Diagramm ein.
– Ermitteln Sie den zugehörigen Marktpreis.
– Ergänzen Sie in der nachstehenden Wertetabelle die fehlenden Werte für die zugehörige Gewinnfunktion G.

x in ME	0	8	16
$G(x)$ in GE		0	

b) Die Grenzkostenfunktion K' für die Herstellung von Kunststoffrohren ist gegeben durch:

$$K'(x) = \frac{15}{32} \cdot x^2 - \frac{35}{4} \cdot x + 60$$

x … produzierte Menge in ME
$K'(x)$ … Grenzkosten bei der produzierten Menge x in GE/ME

– Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Kostenfunktion K mit $K(16) = 600$.
– Berechnen Sie die Kostenkehre.

c) Ein anderes Unternehmen stellt Keramikrohre her.

Von der quadratischen Erlösfunktion E ist für den Absatz von 10 ME bekannt:

$E(10) = 15$
$E'(10) = -1{,}5$
$E''(10) = -0{,}6$

– Kreuzen Sie die zutreffende Aussage über den Erlös bei einem Absatz von 11 ME an. *[1 aus 5]*

$E(11) = 13{,}2$	☐
$E(11) = 13{,}5$	☐
$E(11) = 14{,}1$	☐
$E(11) = 16{,}2$	☐
$E(11) = 16{,}5$	☐

d) Die Erlösfunktion E für Betonrohre ist gegeben durch:

$E(x) = -3{,}2 \cdot x \cdot (x - 25)$

x … Absatzmenge in ME
$E(x)$ … Erlös bei der Absatzmenge x in GE

– Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Preisfunktion der Nachfrage.
– Ermitteln Sie den Höchstpreis.