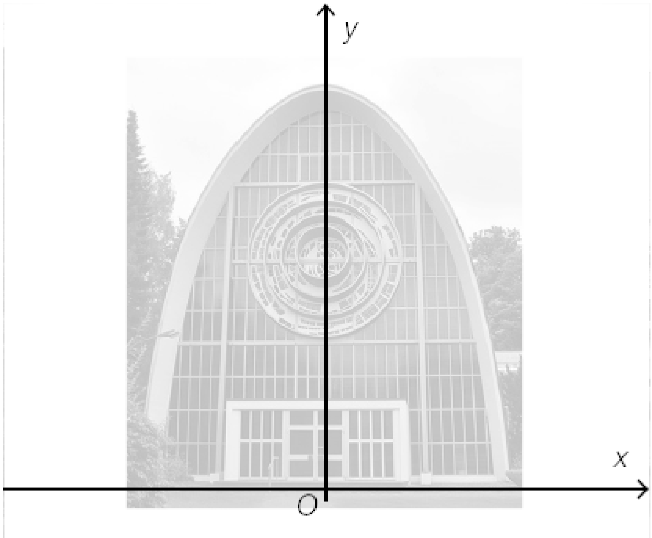
MATHAGO

HAUSÜBUNG

bis 04.05.2020

Aufgabe 1

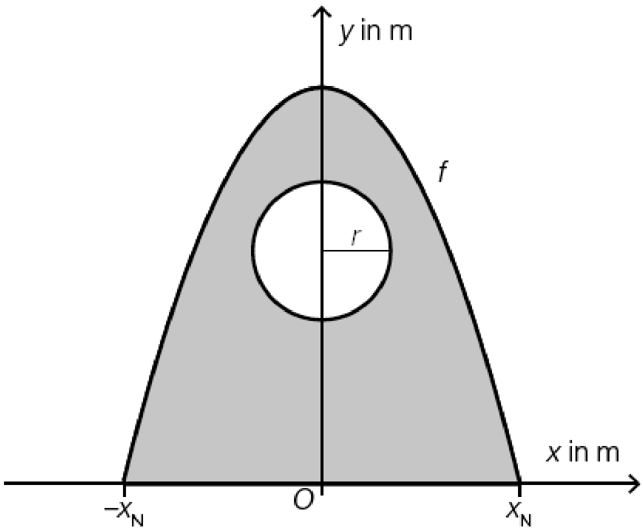
In der nachstehenden Abbildung ist die Frontseite der Kirche St. Hedwig (Oberursel in Deutschland) in einem Koordinatensystem dargestellt.



Bildquelle: Karsten11 – own work, public domain, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Oberursel,_Kirche_St._Hedwig,_Front.JPG [20.02.2019] (adaptiert).

Die obere Begrenzungslinie der Frontseite soll durch eine Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + c$ beschrieben werden.

– Geben Sie an, welche Vorzeichen die Koeffizienten a und c dabei haben müssen. (R)



Im oberen Teil der Frontseite der Kirche befindet sich ein kreisrundes Ornament mit dem Radius r.

– Stellen Sie aus x_N, r und der Funktion f eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf. (A)

$A =$ ____

In einem Bauplan mit dem Maßstab 1 : 50 hat das kreisrunde Ornament einen Flächeninhalt von 171,6 cm².

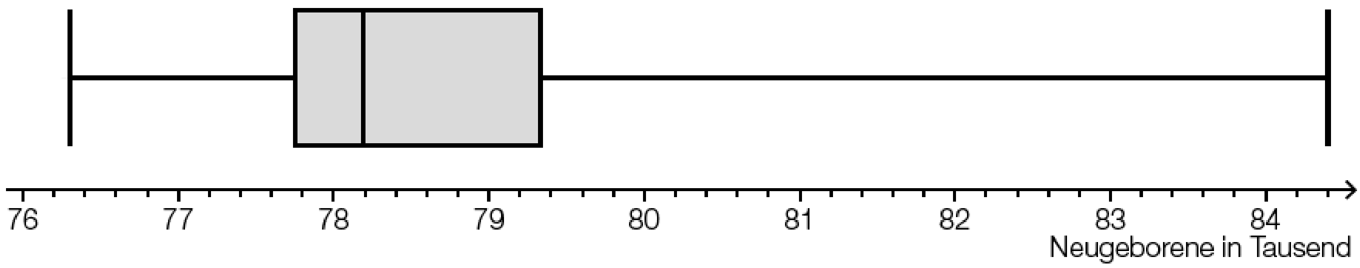
– Berechnen Sie den tatsächlichen Flächeninhalt des kreisrunden Ornaments in Quadratmetern. (B)

Ein kreisrundes Ornament besteht aus mehreren Kreisen. Der Radius des zweiten Kreises beträgt $\frac{3}{4}$ des Radius des ersten Kreises.

– Zeigen Sie, dass für die Flächeninhalte A_1 und A_2 der beiden Kreise gilt:
$A_1 - A_2 = \frac{7}{16} \cdot A_1$ (R)

Aufgabe 2

Für den Zeitraum von 2005 bis 2015 wurde die Anzahl der Neugeborenen des jeweiligen Jahres in Österreich erhoben. Im nachstehenden Boxplot sind diese Daten zusammengefasst.



– Lesen Sie die Spannweite (in Tausend) aus dem obigen Boxplot ab. (R)

Jemand betrachtet den obigen Boxplot und behauptet:
„Der Bereich links vom Median ist viel kleiner als der Bereich rechts vom Median. Daher liegen im Bereich links vom Median weniger Daten als im Bereich rechts vom Median."

– Begründen Sie, warum diese Argumentation falsch ist. (R)

Das arithmetische Mittel der Anzahl der jährlich Neugeborenen von 2005 bis 2015 ist $\bar{x}$.

– Stellen Sie aus $\bar{x}$ eine Formel zur Berechnung der Gesamtanzahl G aller Neugeborenen von 2005 bis 2015 auf. (A)

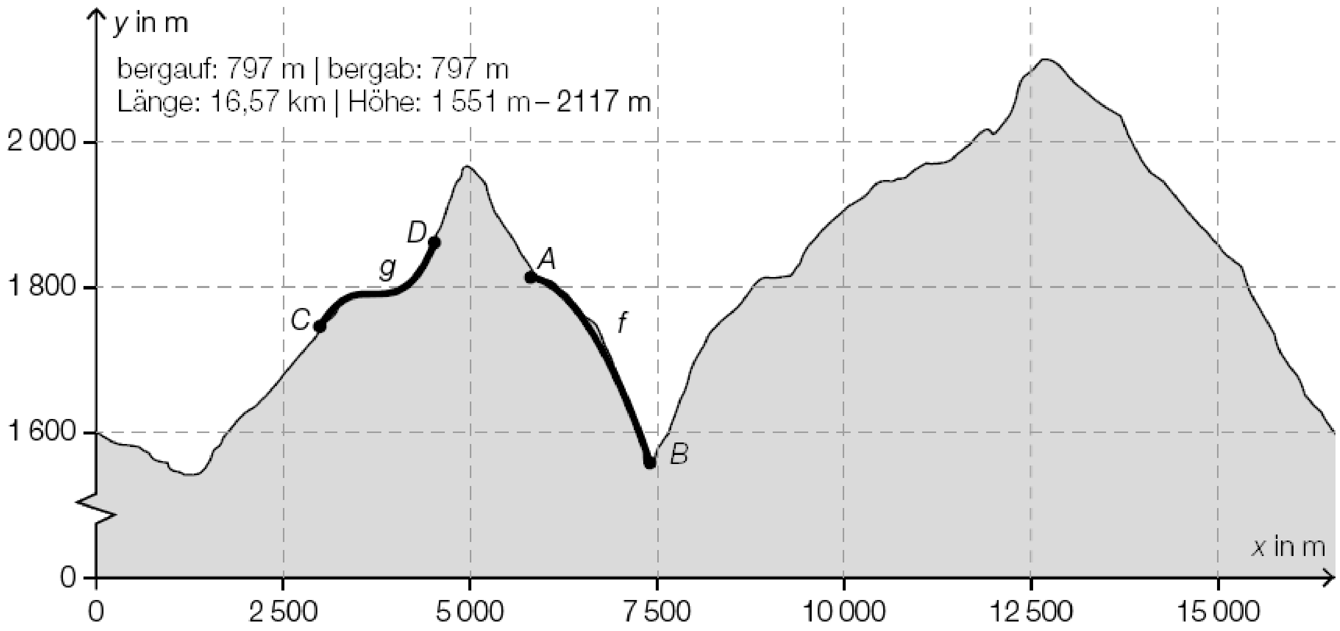
G = ________________________________

Im ersten Halbjahr 2016 betrug die Anzahl der Neugeborenen in Österreich 42 341.
Sie lag damit um rund 2,8 % über der Anzahl der Neugeborenen im ersten Halbjahr 2015.

– Berechnen Sie, wie viele Neugeborene es im ersten Halbjahr 2015 gab. (B)

Aufgabe 3

Das Höhenprofil einer Skitour im Bereich der Koralpe ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt:



x ... horizontale Entfernung vom Ausgangspunkt in m
y ... Seehöhe bei der horizontalen Entfernung x in m

– Ermitteln Sie die mittlere Steigung im Intervall [8 750; 10 000] in Prozent. (B)

Das Höhenprofil zwischen den Punkten $A = (5800 \mid 1820)$ und $B = (7400 \mid 1570)$ kann näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion f beschrieben werden. Die Steigung der Funktion f im Punkt A beträgt –0,05.

– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion f. (A)

– Erklären Sie ausgehend vom Graphen von f, warum f' zwischen A und B keine Nullstellen hat. (R)

Das Höhenprofil zwischen den Punkten C und D kann näherungsweise durch die Funktion g beschrieben werden.

$$g(x) = \frac{1}{7500000} \cdot x^3 - \frac{131}{90000} \cdot x^2 + \frac{319}{60} \cdot x - 4700$$

x ... horizontale Entfernung vom Ausgangspunkt in m
g ... Seehöhe bei der horizontalen Entfernung x in m

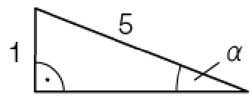
– Berechnen Sie diejenige Stelle zwischen den Punkten C und D, an der die Steigung am kleinsten ist. (B)

Aufgabe 4

Unter einer Rampe versteht man eine unter einem Winkel α ansteigende schiefe Ebene, die zwei unterschiedlich hoch gelegene Flächen miteinander verbindet.

Aufgabenstellung:

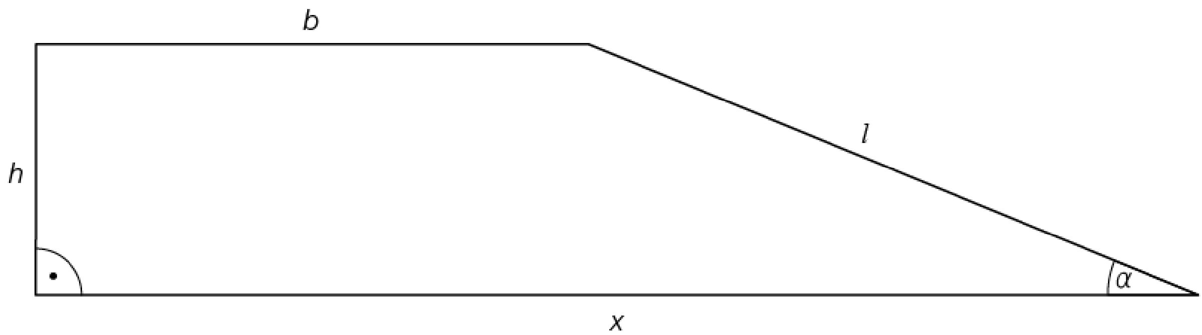
Eine Rampe mit der Länge 5 m überwindet einen Höhenunterschied von 1 m.



– Ermitteln Sie den Winkel α und die Steigung der Rampe in Prozent.

Leitfrage:

Der Zugang zu einem öffentlichen Gebäude soll durch eine Rampe mit der Länge l behindertengerecht erweitert werden. Die Rampe führt auf eine horizontale Fläche mit der Länge $b = 150$ cm, die in einer Höhe $h = 35$ cm liegt.
Der Sachverhalt ist in der nachstehenden Skizze dargestellt.



– Ermitteln Sie die Mindestlänge l der Rampe und die waagrechte Entfernung x, wenn Rampen im öffentlichen Bereich mit maximal 6 % Steigung ausgeführt werden dürfen.

Aufgabe 5

Zum Zeitpunkt $t = 0$ bewegt sich ein Auto mit einer Geschwindigkeit von 10 m/s.

Die Funktion a beschreibt die Beschleunigung des Autos ab diesem Zeitpunkt in Abhängigkeit von der Zeit t (a in m/s², t in s).

Im Zeitintervall [0 s; 6 s] gilt: $\int_0^6 a(t)\,\mathrm{d}t = 15$.

Aufgabenstellung:

– Interpretieren Sie $\int_0^6 a(t)\,\mathrm{d}t = 15$ im gegebenen Kontext und geben Sie die Geschwindigkeit des Autos zum Zeitpunkt $t = 6$ an.

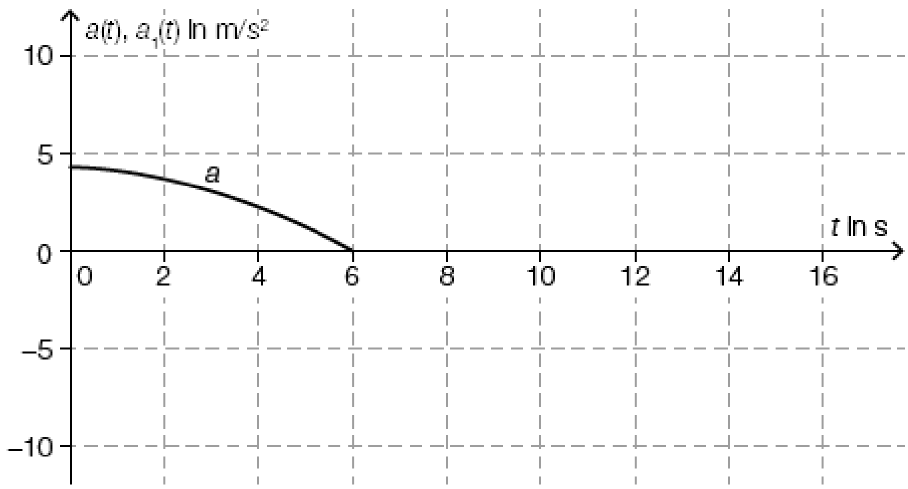
Leitfrage:

Im unten stehenden Koordinatensystem ist der Graph der Funktion a dargestellt.

Ab dem Zeitpunkt $t = 6$ wird die Beschleunigung des Autos durch eine lineare Funktion a_1 beschrieben.

Das Auto kommt nach weiteren 10 Sekunden zum Stillstand.

– Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion a_1 ein und geben Sie eine Gleichung dieser Funktion a_1 an.



Bonusaufgabe 6 (nur BHS Cluster W1)

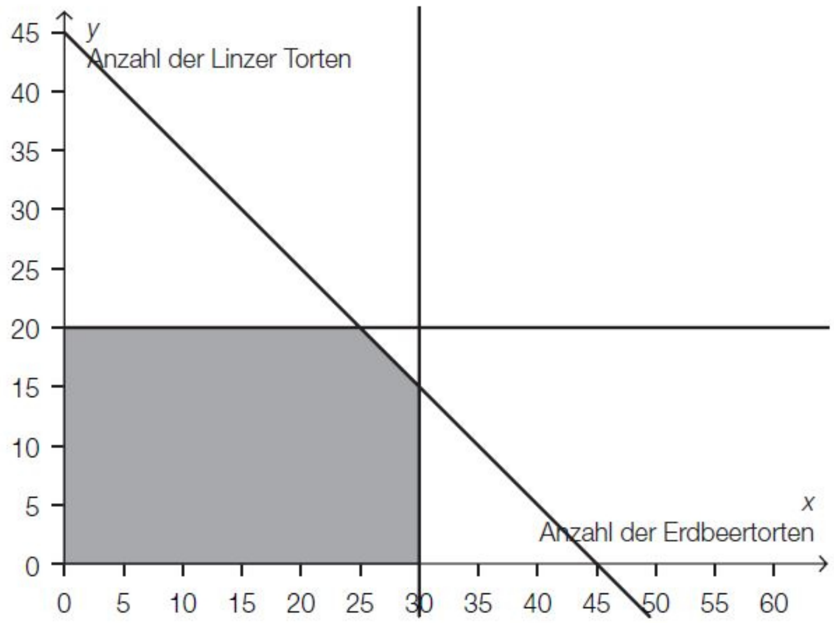
a) In einer Konditorei können täglich höchstens 10 Sachertorten und höchstens 25 Topfentorten hergestellt werden. Es werden täglich mindestens doppelt so viele Topfentorten wie Sachertorten hergestellt.

– Übertragen Sie diesen Sachverhalt in ein lineares Ungleichungssystem.

b) Die Fertigungskosten für eine Sachertorte betragen € 10,50, jene für eine Topfentorte € 8,00.
Der Verkaufspreis für eine Sachertorte beträgt € 34,00, jener für eine Topfentorte € 26,00.
Es werden x Sachertorten und y Topfentorten verkauft.

– Stellen Sie die Gleichung der Zielfunktion zur Beschreibung des Gewinns auf.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die tägliche Produktion von Erdbeertorten und Linzer Torten dargestellt.



– Lesen Sie aus der obigen Abbildung die 5 Ungleichungen ab, die den Lösungsbereich beschreiben.

Die Zielfunktion Z beschreibt den täglichen Gewinn beim Verkauf von x Erdbeertorten und y Linzer Torten in Euro:

$Z(x, y) = 25 \cdot x + 20 \cdot y$

x ... Anzahl der verkauften Erdbeertorten
y ... Anzahl der verkauften Linzer Torten

– Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in der obigen Abbildung ein.
– Berechnen Sie den maximalen Gewinn.