MATHAGO

HAUSÜBUNG

bis 01.05.2020

Aufgabe 1

a) Ein Maibaum der Höhe H wirft zu einem bestimmten Zeitpunkt einen 10,00 m langen Schatten. Die Sonne erscheint dabei unter dem Höhenwinkel α.

Hans stellt sich so hin, dass sein Schatten an derselben Stelle endet wie jener des Maibaums. Hans ist 1,76 m groß und ist 8,50 m vom Maibaum entfernt.

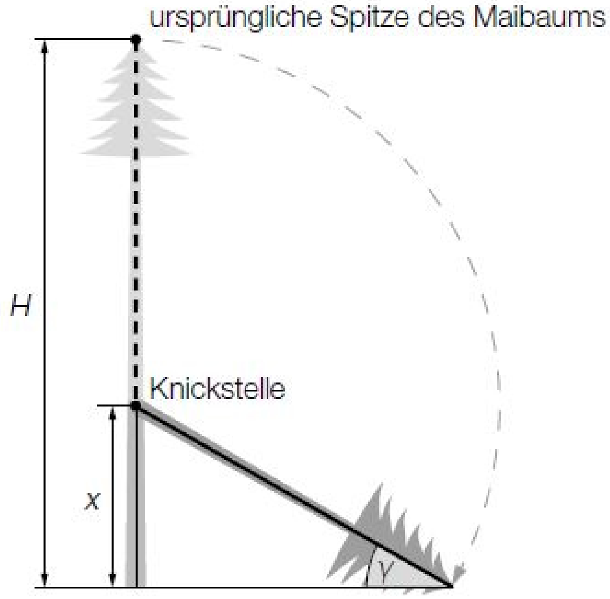
– Veranschaulichen Sie den Sachverhalt in einer Skizze, in der die gegebenen Größen sowie der Höhenwinkel α und die Höhe H beschriftet sind.
– Berechnen Sie den Höhenwinkel α.

b) Martin misst in einer horizontalen Entfernung von 50 m vom Maibaum den Höhenwinkel $\beta = 26{,}6°$ zur Spitze des Maibaums. Anschließend verkürzt er seine horizontale Entfernung auf die Hälfte.
Er behauptet, dass sich dadurch der Höhenwinkel zur Spitze verdoppelt hat.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob Martins Behauptung richtig ist.

c) Bei einem starken Unwetter knickt ein Maibaum der Höhe H um.

Der geknickte Teil schließt mit dem horizontalen Boden einen Winkel γ ein (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von x aus H und γ auf.

x = ______________________________

Aufgabe 2

Schätzungen zufolge gab es in Österreich zu Beginn des Jahres 2016 insgesamt 354 000 Bienenvölker, wobei ein Bienenvolk aus 60 000 Bienen besteht.

– Ergänzen Sie die nachstehende Berechnung für die Gesamtzahl der Bienen. (B)

$354\,000 \cdot 60\,000 =$ __________ $\cdot 10^6$

Ein Jahr später ist die Anzahl an Bienenvölkern um 23 % geringer. Das entspricht einer Abnahme um 81 420 Bienenvölker.

Die Anzahl an Bienenvölkern soll in Abhängigkeit von der Zeit t in verschiedenen Modellen beschrieben werden.

Modell *A*:
Es wird davon ausgegangen, dass die prozentuelle Abnahme in Bezug auf das jeweilige Vorjahr konstant bleibt.

– Erstellen Sie eine Gleichung der zu Modell *A* zugehörigen Funktion. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2016. (A)

Modell *B*:
Es wird davon ausgegangen, dass die absolute Abnahme pro Jahr konstant ist.

– Berechnen Sie, ausgehend vom Modell *B*, nach welcher Zeit es erstmals in Österreich keine Bienenvölker mehr geben würde. (B)

Modell *C*:
In diesem Modell geht man von folgender Funktion für die Abnahme der Bienenvölker aus:

$f_C(t) = a \cdot t^2 + d$

t ... Zeit seit Beginn des Jahres 2016 in Jahren
$f_C(t)$ ... Anzahl der Bienenvölker zur Zeit t

– Geben Sie die Vorzeichen der beiden Parameter a und d an. (R)

Aufgabe 3

Erfahrungsgemäß beträgt die Wahrscheinlichkeit 14 %, dass Touristinnen und Touristen, die an einem Apriltag nach Amsterdam fliegen, wegen der Tulpenblüte kommen.
An einem bestimmten Apriltag werden 20 Touristinnen und Touristen, die am Flughafen Amsterdam unabhängig voneinander einreisen, nach dem Grund ihrer Einreise befragt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass davon mindestens 5 Touristinnen und Touristen wegen der Tulpenblüte gekommen sind. (B)

Ein Sack enthält doppelt so viele Tulpenzwiebeln von der Sorte „rotblühend“ wie jene von der Sorte „weißblühend“. Jemand entnimmt dem Sack zufällig 1 Tulpenzwiebel.

– Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass diese Tulpenzwiebel von der Sorte „weißblühend“ ist. (R)

In einem Korb liegen r Tulpenzwiebeln der Sorte „rotblühend“ und g Tulpenzwiebeln der Sorte „gelbblühend“.
Jemand entnimmt dem Korb zufällig ohne Zurücklegen 2 Tulpenzwiebeln.

– Stellen Sie aus r und g eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit auf, dass beide Tulpenzwiebeln von der Sorte „rotblühend“ sind. (A)

Die Länge X der Stiele einer bestimmten Tulpensorte ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 25$ cm.
Max behauptet, dass man die Wahrscheinlichkeit $P(X > 25)$ auch ohne Kenntnis der Standardabweichung bestimmen kann.

– Begründen Sie, warum diese Behauptung richtig ist. (R)

Aufgabe 4

Im Jahr 2016 war nach einem Speedski-Bewerb für Männer in Vars (Frankreich) folgende Behauptung auf einer Internetseite zu lesen:
„Nur 5 Sekunden benötigen die Athleten, um auf eine Geschwindigkeit von 200 km/h zu beschleunigen."

Die Geschwindigkeit eines Athleten zur Zeit t kann näherungsweise mit der folgenden Formel berechnet werden:

$v(t) = 7 \cdot t$

t ... Zeit nach dem Start in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

– Überprüfen Sie nachweislich mithilfe dieser Formel, ob die obige Behauptung stimmt. (R)

Ein bestimmter Speedski-Fahrer hat bei seiner Fahrt näherungsweise eine konstante Beschleunigung von p % der Erdbeschleunigung 9,81 m/s^2.
Dabei gilt für die Geschwindigkeit v, die Beschleunigung a und die Zeit t: $v = a \cdot t$

– Stellen Sie aus p eine Gleichung zur Berechnung derjenigen Zeit t auf, nach der dieser Speedski-Fahrer eine Geschwindigkeit von 200 km/h erreicht. (A)

$t =$ ____

Die Skipiste in Vars, auf der die Speedski-Bewerbe ausgetragen werden, hat an der steilsten Stelle eine Steigung von 98 %.

– Berechnen Sie den Steigungswinkel an der steilsten Stelle dieser Skipiste. (B)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.
$\int_0^{1,2} v(t)\,dt$ (R)

Aufgabe 5

Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt die Temperatur eines Stoffes 5 °C. Nach 2 Minuten ist die Temperatur auf 13 °C gestiegen.

Die Entwicklung der Temperatur kann für die ersten 3 Minuten durch die Funktion T mit der Funktionsgleichung $T(t) = a \cdot t^4 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ modelliert werden. Dabei wird die Zeit t in Minuten und die Temperatur T in Grad Celsius gemessen.

Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie die zu erwartende Temperatur des Stoffes zur Zeit $t = 3$ und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

Leitfrage:

Die Funktion T soll mithilfe der Wertepaare $(0 \mid T(0))$ und $(3 \mid T(3))$ durch eine lineare Funktion L angenähert werden.

– Bestimmen Sie $L(2) - T(2)$ und deuten Sie diesen Wert im gegebenen Kontext.

Bonusaufgabe 6 (nur BHS Cluster W2)

Ein Restaurant stellt nach eigener Rezeptur Speiseeis für Nachspeisen her.

Aus den 6 Rohstoffen Milch, Obers, Eier, Zucker, Schokolade und Vanille werden die 2 Zwischenprodukte Schokoladeeis und Vanilleeis hergestellt.
Die Mengen in Gramm für die Herstellung jeweils einer Portion Eis sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

	Schokoladeeis Z_1	Vanilleeis Z_2
Milch R_1	10	25
Obers R_2	40	30
Eier R_3	20	15
Zucker R_4	5	10
Schokolade R_5	20	0
Vanille R_6	0	10

Das Schokoladeeis und das Vanilleeis werden für die Nachspeisen Früchtebecher und Bananensplit verwendet.
Die dazu jeweils benötigten Eisportionen sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

	Früchtebecher E_1	Bananensplit E_2
Schokoladeeis Z_1	2	0
Vanilleeis Z_2	1	3

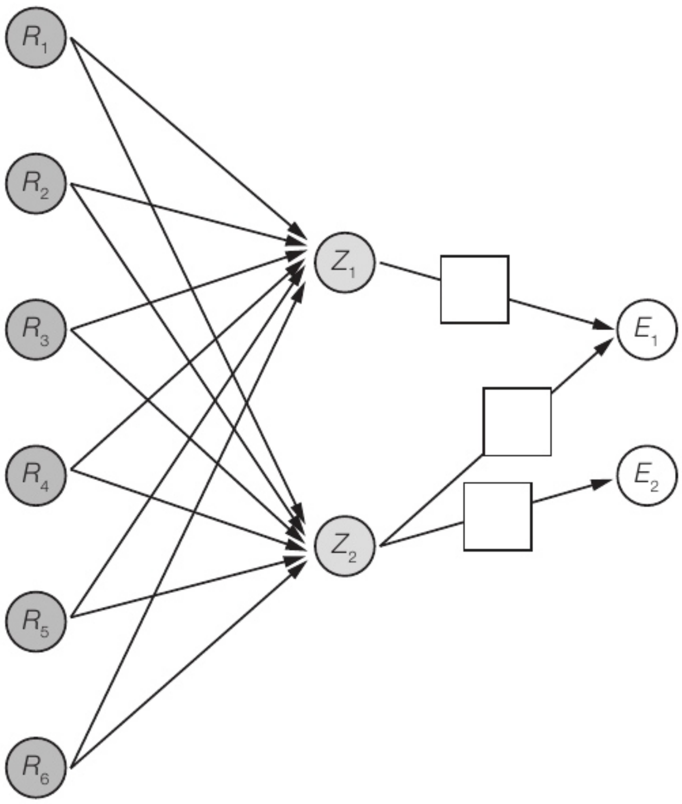
Die Verflechtung, die den Bedarf an Rohstoffen für jeweils eine Nachspeise angibt, kann durch die Matrix $\boldsymbol{V}$ beschrieben werden.

a) 1) Ermitteln Sie die Matrix $\boldsymbol{V}$.

Das Restaurant benötigt täglich 50 Früchtebecher und 30 Bananensplits.

2) Ermitteln Sie denjenigen Vektor $\vec{r}$, der den täglichen Bedarf an Rohstoffen angibt.

b) Die Verflechtung kann auch durch einen Gozinto-Graphen dargestellt werden.



1) Tragen Sie im obigen unvollständigen Gozinto-Graphen die fehlenden Zahlen in die entsprechenden Kästchen ein.

c) Die Preise für die Rohstoffe können in einem Vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix}$ zusammengefasst werden.

1) Beschreiben Sie, was durch den Ausdruck $\vec{p}^{\,\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{V}$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.

2) Kreuzen Sie die richtige Zeilen- und Spaltenanzahl der Matrix $\vec{p}^{\,\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{V}$ an. *[1 aus 5]*

1×2-Matrix	☐
2×1-Matrix	☐
2×6-Matrix	☐
6×1-Matrix	☐
6×2-Matrix	☐