Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

Mathematik

Distance-Learning-Check

Der Distance-Learning-Check (bestehend aus ehemaligen Prüfungsaufgaben) dient als zusätzliche Übungsmöglichkeit für das Home-Schooling und als Ergänzung für die Vorbereitung auf die SRP in Mathematik.

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Aufgabe 1

Zahlenmengen

Nachstehend sind Aussagen über Zahlen aus den Mengen $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ und $\mathbb{C}$ angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Irrationale Zahlen lassen sich in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$ und $b \neq 0$ darstellen.	☐
Jede rationale Zahl kann in endlicher oder periodischer Dezimalschreibweise geschrieben werden.	☐
Jede Bruchzahl ist eine komplexe Zahl.	☐
Die Menge der rationalen Zahlen besteht ausschließlich aus positiven Bruchzahlen.	☐
Jede reelle Zahl ist auch eine rationale Zahl.	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 2

Mehrwertsteuer für Hörbücher

Seit 2015 werden in Deutschland bestimmte Hörbücher statt mit 19 % Mehrwertsteuer (MWSt.) mit dem ermäßigten Mehrwertsteuersatz von 7 % belegt.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Formel auf, mit deren Hilfe für ein Hörbuch, das ursprünglich inklusive 19 % MWSt. € x kostete, der ermäßigte Preis € y inklusive 7 % MWSt. berechnet werden kann.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 3

Projektwoche

An einer Projektwoche nehmen insgesamt 25 Schüler/innen teil. Die Anzahl der Mädchen wird mit x bezeichnet, die Anzahl der Burschen mit y. Die Mädchen werden in 3-Bett-Zimmern untergebracht, die Burschen in 4-Bett-Zimmern, insgesamt stehen 7 Zimmer zur Verfügung. Die Betten aller 7 Zimmer werden belegt, es bleiben keine leeren Betten übrig.

Mithilfe eines Gleichungssystems aus zwei der untenstehenden Gleichungen kann die Anzahl der Mädchen und die Anzahl der Burschen berechnet werden.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an.

$x + y = 7$	☐
$x + y = 25$	☐
$3 \cdot x + 4 \cdot y = 7$	☐
$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 7$	☐
$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 25$	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 4

Vektoren

In der Ebene werden auf einer Geraden in gleichen Abständen nacheinander die Punkte A, B, C und D markiert.

Es gilt also:
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}$

Die Koordinaten der Punkte A und C sind bekannt.

$A = (3|1)$
$C = (7|8)$

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Koordinaten von D.

D = (_______ | _______)

[0 / ½ / 1 Punkt]

Aufgabe 5

Rechter Winkel

Gegeben ist eine Strecke AB im $\mathbb{R}^2$ mit $A = (3|4)$ und $B = (-2|1)$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Vektor $\vec{n} \in \mathbb{R}^2$ mit $\vec{n} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ an, der mit der Strecke AB einen rechten Winkel einschließt.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 6

Gefälle einer Regenrinne

Eine Regenrinne hat eine bestimmte Länge l (in Metern). Damit das Wasser gut abrinnt, muss die Regenrinne unter einem Winkel von mindestens α zur Horizontalen geneigt sein. Dadurch ergibt sich ein Höhenunterschied von mindestens h Metern zwischen den beiden Endpunkten der Regenrinne.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Formel zur Berechnung von h in Abhängigkeit von l und α an.

h = ____

[0/1 Punkt]

Aufgabe 7

Stefan-Boltzmann-Gesetz

Die Leuchtkraft L eines Sterns wird durch folgende Formel beschrieben:

$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot T^4 \cdot \sigma$

Dabei ist R der Sternradius und T die Oberflächentemperatur des Sterns; σ ist eine Konstante (die sogenannte Stefan-Boltzmann-Konstante).

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Für verschiedene Sterne mit gleichem, bekanntem Sternradius R ist die Leuchtkraft L eine Funktion ___①___; es handelt sich dabei um eine ___②___.

①	
des Sternradius R	☐
der Oberflächentemperatur T	☐
der Konstanten σ	☐

②	
lineare Funktion	☐
Potenzfunktion	☐
Exponentialfunktion	☐

[0/½/1 Punkt]

Aufgabe 8

Bewegung

Ein Körper wird entlang einer Geraden bewegt.
Die Entfernungen des Körpers (in Metern) vom Ausgangspunkt seiner Bewegung nach t Sekunden sind in der nachstehenden Tabelle angeführt.

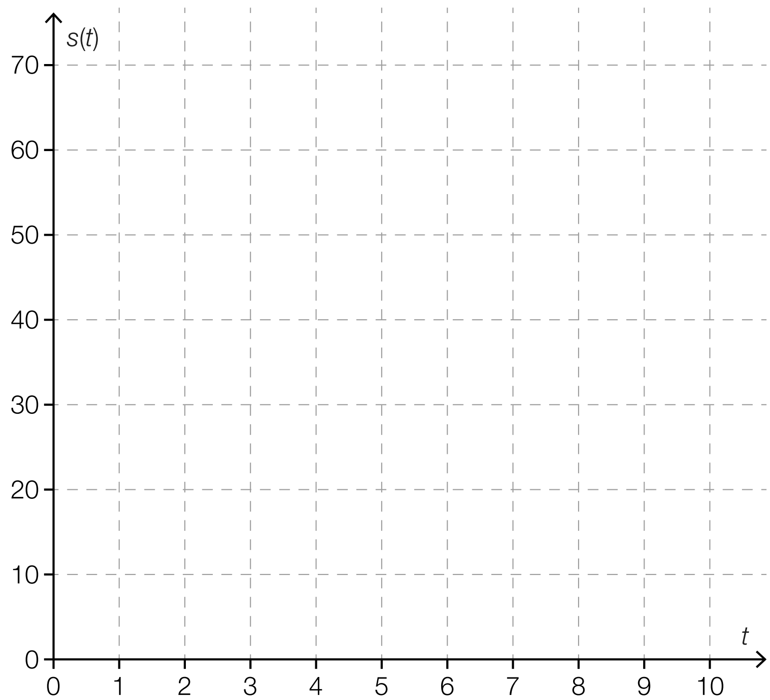
Zeit (in Sekunden)	zurückgelegter Weg (in Metern)
0	0
3	20
6	50
10	70

Der Bewegungsablauf des Körpers weist folgende Eigenschaften auf:

- (positive) Beschleunigung im Zeitintervall [0; 3) aus dem Stillstand bei $t = 0$
- konstante Geschwindigkeit im Zeitintervall [3; 6]
- Bremsen (negative Beschleunigung) im Zeitintervall (6; 10] bis zum Stillstand bei $t = 10$

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer Zeit-Weg-Funktion s, die den beschriebenen Sachverhalt modelliert, in das nachstehende Koordinatensystem.



[0/1 Punkt]

Aufgabe 9

Funktionsgleichung einer linearen Funktion

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit folgenden Eigenschaften:

- Wenn das Argument x um 2 zunimmt, dann nimmt der Funktionswert $f(x)$ um 4 ab.
- $f(0) = 1$

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Funktionsgleichung dieser linearen Funktion f an.

$f(x) =$ ____

[0/1 Punkt]

Aufgabe 10

Heizungstage

Die Anzahl der Heizungstage, für die ein Vorrat an Heizöl in einem Tank reicht, ist indirekt proportional zum durchschnittlichen Tagesverbrauch x (in Litern).
In einem Tank befinden sich 1 500 Liter Heizöl.

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Term an, der die Anzahl $d(x)$ der Heizungstage in Abhängigkeit vom durchschnittlichen Tagesverbrauch x bestimmt.

$d(x) =$ ____

[0/1 Punkt]

Aufgabe 11

Symmetrische Polynomfunktion

Der Graph einer zur senkrechten Achse symmetrischen Polynomfunktion f besitzt den lokalen Tiefpunkt $T = (3|-2)$.

Aufgabenstellung:

Begründen Sie, warum die Polynomfunktion f mindestens 4. Grades sein muss.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 12

Sinusfunktion

Für $a, b \in \mathbb{R}^+$ sei die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ für $x \in \mathbb{R}$ gegeben.

Die beiden nachstehenden Eigenschaften der Funktion *f* sind bekannt:

- Die (kleinste) Periode der Funktion *f* ist π.
- Die Differenz zwischen dem größten und dem kleinsten Funktionswert von *f* beträgt 6.

Aufgabenstellung:

Geben Sie *a* und *b* an.

a = ____________

b = ____________

[0 / ½ / 1 Punkt]

Aufgabe 13

Leistungsverbesserung

Drei Personen A, B und C absolvieren jeweils vor und nach einem Spezialtraining denselben Koordinationstest. In der nachstehenden Tabelle sind die dabei erreichten Punkte angeführt.

	Person A	Person B	Person C
erreichte Punkte vor dem Spezialtraining	5	15	20
erreichte Punkte nach dem Spezialtraining	8	19	35

Gute Leistungen sind durch hohe Punktezahlen gekennzeichnet. Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, erreichen alle drei Personen nach dem Spezialtraining mehr Punkte als vorher.

Aufgabenstellung:

Wählen Sie aus den Personen A, B und C die beiden aus, die die nachstehenden Bedingungen erfüllen.

- Bei der ersten Person ist die absolute Änderung der Punktezahl größer als bei der zweiten.
- Bei der zweiten Person ist die relative Änderung der Punktezahl größer als bei der ersten Person.

erste Person: ____________________

zweite Person: ____________________

[0/½/1 Punkt]

Aufgabe 14

Wasserstand eines Flusses

Die Funktion $W\colon [0; 24] \to \mathbb{R}_0^+$ ordnet jedem Zeitpunkt t den Wasserstand $W(t)$ eines Flusses an einer bestimmten Messstelle zu. Dabei wird t in Stunden und $W(t)$ in Metern angegeben.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im Hinblick auf den Wasserstand $W(t)$ des Flusses.

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{W(6 + \Delta t) - W(6)}{\Delta t}$$

[0/1 Punkt]

Aufgabe 15

Kapitalsparbuch

Frau Fröhlich hat ein Kapitalsparbuch, auf welches sie jährlich am ersten Banköffnungstag des Jahres den gleichen Geldbetrag in Euro einzahlt. An diesem Tag werden in dieser Bank auch die Zinserträge des Vorjahres gutgeschrieben. Danach wird der neue Gesamtkontostand ausgedruckt.

Zwischen dem Kontostand K_{i-1} des Vorjahres und dem Kontostand K_i des aktuellen Jahres besteht folgender Zusammenhang:

$K_i = 1{,}03 \cdot K_{i-1} + 5000$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die in diesem Zusammenhang richtig sind.

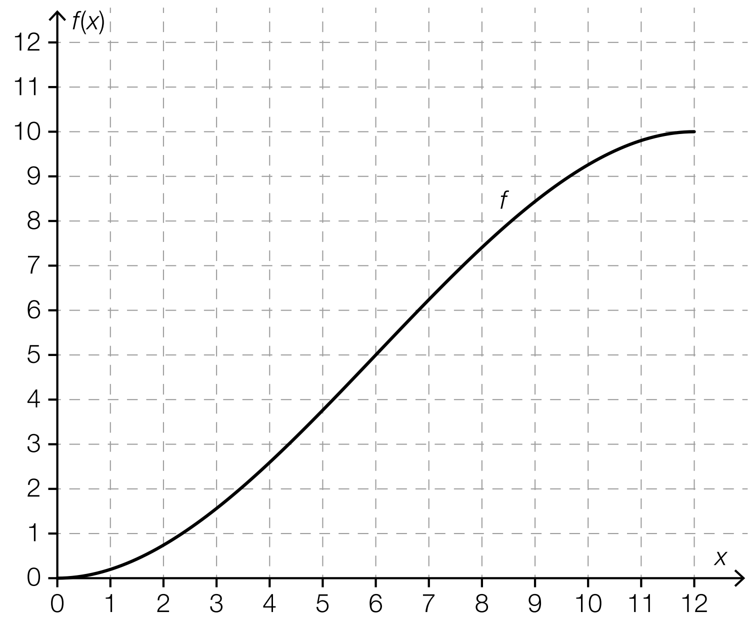
Frau Fröhlich zahlt jährlich € 5.000 auf ihr Kapitalsparbuch ein.	☐
Das Kapital auf dem Kapitalsparbuch wächst jährlich um € 5.000.	☐
Der relative jährliche Zuwachs des am Ausdruck ausgewiesenen Kapitals ist größer als 3 %.	☐
Die Differenz des Kapitals zweier aufeinanderfolgender Jahre ist immer dieselbe.	☐
Das Kapital auf dem Kapitalsparbuch wächst linear an.	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 16

Differenzierbare Funktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Ausschnitt eines Graphen einer Polynomfunktion *f*. Die Tangentensteigung an der Stelle $x = 6$ ist maximal.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden für die gegebene Funktion *f* zutreffenden Aussagen an.

$f''(6) = 0$	☐
$f''(11) < 0$	☐
$f''(2) < f''(10)$	☐
$f'(6) = 0$	☐
$f'(7) < f'(10)$	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 17

Bestimmen eines Koeffizienten

Gegeben ist die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^2 + 2$ mit $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert des Koeffizienten a so an, dass die Gleichung $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ erfüllt ist.

$a =$ ____________________________________

[0/1 Punkt]

Aufgabe 18

Beschleunigung

Die Funktion a beschreibt die Beschleunigung eines sich in Bewegung befindlichen Objekts in Abhängigkeit von der Zeit t im Zeitintervall $[t_1; t_1 + 4]$. Die Beschleunigung $a(t)$ wird in m/s², die Zeit t in s angegeben.

Es gilt:

$$\int_{t_1}^{t_1+4} a(t)\,\mathrm{d}t = 2$$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die Aussage an, die das angegebene bestimmte Integral richtig interpretiert.

Das Objekt legt im gegebenen Zeitintervall 2 m zurück.	☐
Die Geschwindigkeit des Objekts am Ende des gegebenen Zeitintervalls beträgt 2 m/s.	☐
Die Beschleunigung des Objekts ist am Ende des gegebenen Zeitintervalls um 2 m/s² höher als am Anfang des Intervalls.	☐
Die Geschwindigkeit des Objekts hat in diesem Zeitintervall um 2 m/s zugenommen.	☐
Im Mittel erhöht sich die Geschwindigkeit des Objekts im gegebenen Zeitintervall pro Sekunde um 2 m/s.	☐
Im gegebenen Zeitintervall erhöht sich die Beschleunigung des Objekts pro Sekunde um $\frac{2}{4}$ m/s².	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 19

Histogramm

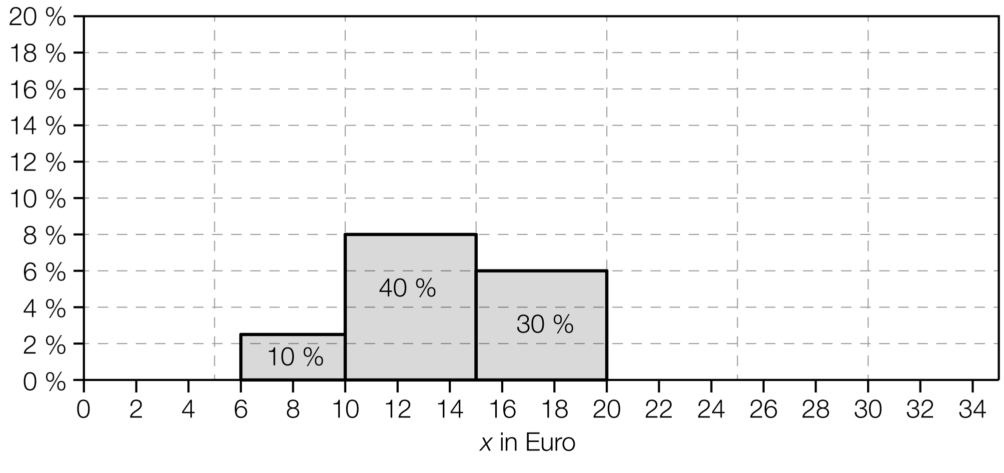
Ein Betrieb hat insgesamt 200 Beschäftigte. In der nachstehenden Tabelle sind die Stundenlöhne dieser Beschäftigten in Klassen zusammengefasst.

Stundenlohn x in Euro	Anzahl der Beschäftigten
$6 \leq x < 10$	20
$10 \leq x < 15$	80
$15 \leq x < 20$	60
$20 \leq x \leq 30$	40

Der Flächeninhalt eines Rechtecks im unten stehenden Histogramm ist der relative Anteil der Beschäftigten in der jeweiligen Klasse.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie im nachstehenden Histogramm die fehlende Säule so, dass die obigen Daten dargestellt sind.



[0 / 1 Punkt]

Aufgabe 20

Statistische Kennzahlen

Eine Datenliste wird um genau einen Datenwert ergänzt, der größer als alle bisher erfassten Datenwerte ist. Zwei der unten stehenden statistischen Kennzahlen werden dadurch jedenfalls größer.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden statistischen Kennzahlen an.

Spannweite	☐
Modus	☐
Median	☐
3. Quartil	☐
arithmetisches Mittel	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 21

Schätzwert für eine Wahrscheinlichkeit

In einer Fabrik wird mithilfe einer Maschine ein Produkt erzeugt, von dem jeweils 100 Stück in eine Packung kommen.

Im Anschluss an eine Neueinstellung der Maschine werden drei Packungen erzeugt. Diese Packungen werden kontrolliert und es wird die jeweilige Anzahl darin enthaltener defekter Stücke ermittelt. Die Ergebnisse dieser Kontrollen sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

in der ersten Packung	6 defekte Stücke
in der zweiten Packung	3 defekte Stücke
in der dritten Packung	4 defekte Stücke

Die Fabriksleitung benötigt einen auf dem vorliegenden Datenmaterial basierenden Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit p, dass ein von der neu eingestellten Maschine erzeugtes Stück fehlerhaft ist.

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen möglichst zuverlässigen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit p an, dass ein von der neu eingestellten Maschine erzeugtes Stück fehlerhaft ist.

p = ____

[0/1 Punkt]

Aufgabe 22

Aussagen zu einer Zufallsvariablen

Die Zufallsvariable X kann nur die Werte 10, 20 und 30 annehmen. Die nachstehende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an, wobei a und b positive reelle Zahlen sind.

k	10	20	30
$P(X = k)$	a	b	a

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Erwartungswert von X ist 20.	☐
Die Standardabweichung von X ist 20.	☐
$a + b = 1$	☐
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	☐
$P(X \leq 10) = P(X \geq 10)$	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 23

Massenproduktion

Bei der Massenproduktion eines bestimmten Produkts werden Packungen zu 100 Stück erzeugt. In einer solchen Packung ist jedes einzelne Stück (unabhängig von den anderen) mit einer Wahrscheinlichkeit von 6 % mangelhaft.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit in dieser Packung höchstens zwei mangelhafte Stücke zu finden sind.

[0 / 1 Punkt]

Aufgabe 24

Konfidenzintervall verkürzen

Ein Spielzeuge produzierendes Unternehmen führt in einer Gemeinde in 500 zufällig ausgewählten Haushalten eine Befragung durch und erhebt den relativen Anteil h der Haushalte, die die Spielzeuge dieses Unternehmens kennen. Das Unternehmen bestimmt auf Basis dieser Befragung ein um h symmetrisches 95-%-Konfidenzintervall für den unbekannten Anteil aller Haushalte dieser Gemeinde, die die Spielzeuge dieses Unternehmens kennen.

Bei einer anderen Befragung von n zufällig ausgewählten Haushalten ergab sich derselbe Wert h für die relative Häufigkeit. Das aus dieser Befragung mit derselben Berechnungsmethode ermittelte 95-%-Konfidenzintervall hatte aber eine geringere Breite als jenes aus der ersten Befragung.

Aufgabenstellung:

Geben Sie alle $n \in \mathbb{N}$ an, für die dieser Fall unter der angegebenen Bedingung eintritt.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Polynomfunktion dritten Grades

Gegeben ist eine Polynomfunktion dritten Grades f_t mit $f_t(x) = \frac{1}{t} \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + t \cdot x$. Für den Parameter t gilt: $t \in \mathbb{R}$ und $t \neq 0$.

Aufgabenstellung:

a) 1) $\boxed{\text{A}}$ Geben Sie die lokalen Extremstellen von f_t in Abhängigkeit von t an.

An der Stelle $x = t$ gelten für die Funktion f_t die Gleichungen $f_t(t) = 0$, $f_t'(t) = 0$ und $f_t''(t) = 2$.

2) Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen von f_t bei $x = t$.

b) 1) Geben Sie diejenige Stelle x_0 in Abhängigkeit von t an, an der sich das Krümmungsverhalten von f_t ändert.

2) Weisen Sie rechnerisch nach, dass das Krümmungsverhalten des Graphen von f_t an der Stelle $x = 0$ unabhängig von der Wahl des Parameters t ist.

c) Die Funktion A beschreibt in Abhängigkeit von t mit $t > 0$ den Flächeninhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen der Funktion f_t und von der x-Achse im Intervall $[0; t]$ begrenzt wird. Die Funktion $A: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}_0^+$, $t \mapsto A(t)$, ist eine Polynomfunktion.

1) Geben Sie den Funktionsterm und den Grad von A an.

2) Geben Sie das Verhältnis $A(t) : A(2 \cdot t)$ an.

Aufgabe 26 (Teil 2)

Einsatz von Antibiotika

Die Entwicklung einer Bakterienpopulation kann durch die Zufuhr von Antibiotika beeinflusst werden, was letztlich durch die Giftwirkung von Antibiotika zum Aussterben der Bakterienpopulation führen soll.

In bestimmten Fällen kann diese Entwicklung näherungsweise durch eine Funktion $B\colon \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ beschrieben werden:

$B(t) = b \cdot e^{k \cdot t - \frac{c}{2} \cdot t^2}$ mit $b, c, k \in \mathbb{R}^+$

t ... Zeit in Stunden
$B(t)$ ... Anzahl der Bakterien in Millionen zum Zeitpunkt t
b ... Anzahl der Bakterien in Millionen zum Zeitpunkt $t = 0$
k ... Konstante
c ... Parameter für die Giftwirkung

Aufgabenstellung:

a) Die Funktion B hat genau eine positive Extremstelle t_1.

1) Bestimmen Sie t_1 in Abhängigkeit von k und c.

2) Geben Sie an, welche Auswirkungen eine Vergrößerung von c bei gegebenem k auf die Lage der Extremstelle t_1 der Funktion B hat.

b) Die Funktion $B_1\colon \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ mit $B_1(t) = 20 \cdot e^{2 \cdot t - 0{,}45 \cdot t^2}$ beschreibt die Anzahl der Bakterien einer bestimmten Bakterienpopulation in Millionen in Abhängigkeit von der Zeit t.

Zum Zeitpunkt $t_2 \neq 0$ erreicht die Bakterienpopulation ihre ursprüngliche Anzahl von 20 Millionen.

1) $\boxed{\text{A}}$ Geben Sie t_2 an.

2) Deuten Sie $B_1'(t_2)$ im vorliegenden Kontext unter Verwendung der entsprechenden Einheit.

c) Die Funktion $B_2\colon \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ mit $B_2(t) = 5 \cdot e^{4 \cdot t - \frac{t^2}{2}}$ beschreibt die Anzahl der Bakterien einer anderen Bakterienpopulation in Millionen, die zum Zeitpunkt $t = 4$ ihr Maximum aufweist.

1) Bestimmen Sie denjenigen Zeitpunkt t_3, zu dem die stärkste Abnahme der Bakterienpopulation stattfindet.

2) Geben Sie an, wie viel Prozent der maximalen Anzahl an Bakterien zum Zeitpunkt t_3 noch vorhanden sind.

Aufgabe 27 (Teil 2)

Brasilien

Brasilien ist der größte und bevölkerungsreichste Staat Südamerikas.

Im Jahr 2014 hatte Brasilien eine Einwohnerzahl von 202,74 Millionen.

Aufgrund von Volkszählungen sind folgende Einwohnerzahlen bekannt:

Jahr	Einwohnerzahl
1970	94 508 583
1980	121 150 573
1991	146 917 459
2000	169 590 693
2010	190 755 799

Aufgabenstellung:

a) 1) $\boxed{\text{A}}$ Geben Sie die Bedeutung der nachstehend angeführten Werte im Kontext der Entwicklung der Einwohnerzahl an.

$$\sqrt[10]{\frac{121\,150\,573}{94\,508\,583}} \approx 1{,}02515$$

$$\sqrt[9]{\frac{169\,590\,693}{146\,917\,459}} \approx 1{,}01607$$

2) Begründen Sie anhand der beiden angeführten Werte, warum man die Entwicklung der Einwohnerzahl im gesamten Zeitraum von 1970 bis 2010 nicht angemessen durch eine Exponentialfunktion beschreiben kann.

b) 1) Geben Sie unter Annahme eines linearen Wachstums anhand der Einwohnerzahlen von 1991 und 2010 eine Gleichung derjenigen Funktion f an, die die Einwohnerzahl beschreibt. Die Zeit t wird dabei in Jahren gemessen, der Zeitpunkt $t = 0$ entspricht dem Jahr 1991.

2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Vorhersage des linearen Modells für das Jahr 2014 von dem in der Einleitung angegebenen tatsächlichen Wert abweicht.

c) Für Brasilien wird für die Jahre 2010 bis 2015 jeweils eine konstante Geburtenrate $b = 14{,}6$ sowie eine konstante Sterberate $d = 6{,}6$ angenommen. Das bedeutet, dass es jährlich 14,6 Geburten pro 1 000 Einwohner/innen und 6,6 Todesfälle pro 1 000 Einwohner/innen gibt.

Die Entwicklung der Einwohnerzahl kann in diesem Zeitraum mithilfe der Differenzengleichung $x_{n+1} = x_n + x_n \cdot \frac{1}{1\,000} \cdot (b - d) + m_n$ beschrieben werden, wobei x_n die Anzahl der Einwohner/innen im Jahr n beschreibt und m_n die Differenz aus der Anzahl der zugewanderten und jener der abgewanderten Personen angibt. Diese Differenz wird als Wanderungsbilanz bezeichnet.

1) Geben Sie die Bedeutung des Ausdrucks $x_n \cdot \frac{1}{1\,000} \cdot (b - d)$ im Kontext der Entwicklung der Einwohnerzahl an.

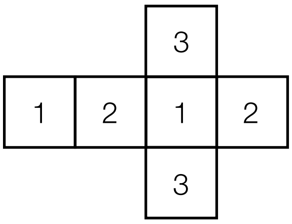
2) Berechnen Sie die maximale Größe der Wanderungsbilanz für den Fall, dass die Einwohnerzahl im Jahr 2015 gegenüber der Einwohnerzahl des Vorjahres maximal um 1 % größer ist.

Aufgabe 28 (Teil 2)

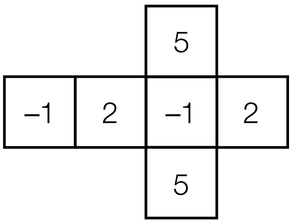
Würfel mit unterschiedlichen Zahlen

Gegeben sind die Netze von drei fairen Würfeln, deren Seitenflächen auf unterschiedliche Weise mit verschiedenen Zahlen beschriftet sind. (Ein Würfel ist „fair“, wenn bei jedem Wurf unabhängig von den anderen Würfen gilt: Die Wahrscheinlichkeit, nach einem Wurf nach oben zu zeigen, ist für alle Seitenflächen gleich groß.)

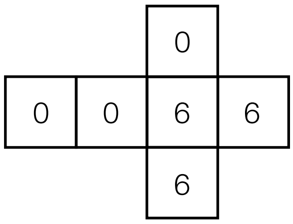
Würfel *A*



Würfel *B*



Würfel *C*



Aufgabenstellung:

a) Herr Fischer wirft Würfel *A* zweimal. Die Zufallsvariable *X* gibt die Summe der beiden geworfenen Zahlen an. Die Zufallsvariable *X* kann die Werte 2, 3, 4, 5 und 6 annehmen.
Frau Fischer wirft die Würfel *A* und *B*. Die Zufallsvariable *Y* gibt die Summe der beiden geworfenen Zahlen an.

1) $\boxed{\text{A}}$ Geben Sie für die Zufallsvariable *Y* alle möglichen Werte an.

mögliche Werte für *Y*: ____

Es gibt Werte der Zufallsvariablen, die bei Herrn Fischer wahrscheinlicher auftreten als bei Frau Fischer.

2) Geben Sie denjenigen Wert an, bei dem der Unterschied der beiden Wahrscheinlichkeiten am größten ist, und berechnen Sie diesen Unterschied.

b) Bei einem Spiel wird Würfel *B* dreimal geworfen. Der Einsatz des Spiels für eine Spielerin / einen Spieler beträgt € 2. Die jeweilige Auszahlung ist von der Summe der drei geworfenen Zahlen abhängig und wird in der nachstehenden Tabelle teilweise angegeben.

Summe der drei geworfenen Zahlen	Auszahlung an die Spielerin / den Spieler
positiv	0
null	2
negativ	?

Eine Person spielt dieses Spiel fünfmal.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau zweimal die Summe der drei geworfenen Zahlen genau null ist.

2) Berechnen Sie, welchen Betrag der Anbieter des Spiels für das Würfeln einer negativen Summe höchstens auszahlen darf, um langfristig mit keinem Verlust rechnen zu müssen.

c) Peter wirft den Würfel *C* 100-mal. Die Zufallsvariable Z beschreibt die Anzahl der gewürfelten Sechser.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung von Z.

2) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der geworfenen Zahlen größer als 350 ist.