MATHAGO

HAUSÜBUNG

bis 29.04.2020

Aufgabe 1

Zu Beginn des Jahres 2016 war die durchschnittliche Bruttomiete für Wohnungen in Österreich um 14,3 % höher als zu Beginn des Jahres 2012. Modellhaft geht man von einem exponentiellen Wachstum der durchschnittlichen Bruttomiete aus.

– Ermitteln Sie, nach wie vielen Jahren sich gemäß diesem Modell die durchschnittliche Bruttomiete verdoppelt. (B)

In einem anderen Modell wird davon ausgegangen, dass sich die zeitliche Entwicklung der durchschnittlichen Bruttomiete in Österreich seit Beginn des Jahres 2017 näherungsweise durch die Funktion f beschreiben lässt:

$$f(t) = 8{,}4 - e^{-0{,}91 \cdot t}$$

t ... Zeit in Jahren seit Beginn des Jahres 2017, $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2017
$f(t)$ ... durchschnittliche Bruttomiete pro m² zur Zeit t in €/m²

– Berechnen Sie, um wie viel €/m² die durchschnittliche Bruttomiete pro m² gemäß diesem Modell von 2017 auf 2018 gestiegen ist. (B)

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der 1. Ableitung von f auf. (A)

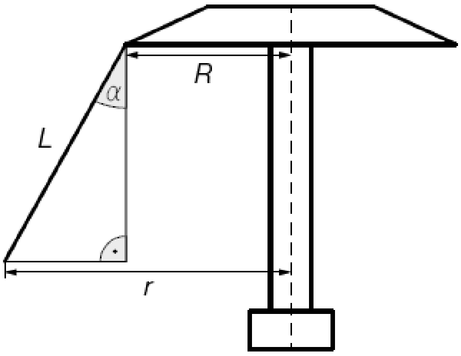
Die durchschnittliche Bruttomiete pro m² lag im Jahr 2017 österreichweit bei € 7,40/m². In Salzburg betrug diese € 9/m².

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{9}{7{,}4} - 1 = 0{,}2162... \approx 21{,}6\ \%$$ (R)

Aufgabe 2

Auf einem Jahrmarkt steht ein Ringelspiel (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



Bildquelle: Andreas Praefcke – own work, CC BY 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kettenkarussell_Wuppertal_2005.jpg [20.02.2019].

– Stellen Sie aus L, R und α eine Formel zur Berechnung von r auf. (A)

$r =$ ____

Durch die Bewegung des Ringelspiels wirkt auf einen Fahrgast eine Kraft, die mit der folgenden Formel beschrieben werden kann.

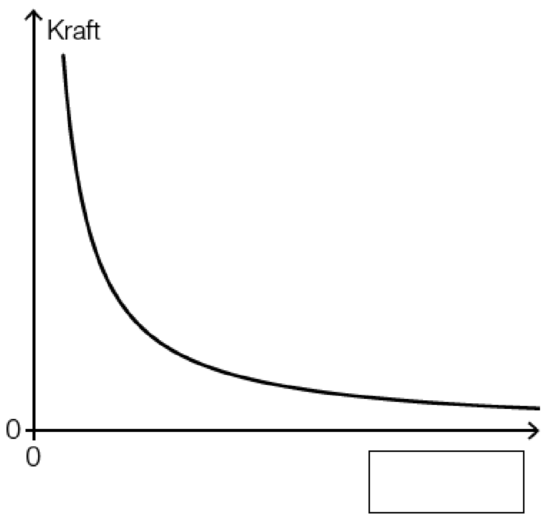
$$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

F ... Kraft, die auf den Fahrgast wirkt
m ... Masse des Fahrgasts
v ... Geschwindigkeit des Fahrgasts
r ... Radius der Kreisbahn

Die Kraft F ist also abhängig von den Größen Masse m, Geschwindigkeit v und Radius r.

Der nachstehend dargestellte Graph stellt die Kraft F in Abhängigkeit von einer dieser Größen dar, wobei die beiden anderen Größen als konstant angenommen werden.

– Tragen Sie die zutreffende Größe in das dafür vorgesehene Kästchen ein. Begründen Sie Ihre Entscheidung. (R)



Beim Drehen eines Glückrads können Freifahrscheine für das Ringelspiel gewonnen werden.
Bei jedem Drehen des Glückrads gewinnt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % einen Freifahrschein.
Das Glücksrad wird 10-mal hintereinander gedreht.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 3 Freifahrscheine gewonnen werden. (B)

Laura und Selina drehen das Glücksrad jeweils 1-mal.

– Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
  $P(E) = 2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3$ (R)

Aufgabe 3

In der nachstehenden Tabelle ist die Entwicklung der ertragsfähigen Weinbaufläche im Burgenland dargestellt.

Beginn des Jahres ...	ertragsfähige Weinbaufläche in Hektar (ha)
2000	14124
2005	13812
2010	13201
2015	11585

Die Entwicklung der ertragsfähigen Weinbaufläche soll in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden. Für ein einfaches Modell soll alleine unter Verwendung der Daten aus den Jahren 2000 und 2015 eine lineare Funktion f erstellt werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung von f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2000. (A)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.

$$\frac{1}{16} \cdot \sum_{t=0}^{15} f(t)$$ (R)

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent die ertragsfähige Weinbaufläche ausgehend vom Jahr 2005 bis zum Jahr 2010 abgenommen hat. (B)

– Zeigen Sie, dass für jede lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$ und für eine beliebige Zahl $a \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\frac{f(-a) + f(a)}{2} = d$$ (R)

Aufgabe 4

In Deutschland wurden im Jahr 2016 um 8,1 % mehr Pellets als im Jahr 2015 verbraucht.
Im Jahr 2017 wurden um 5 % mehr als im Jahr 2016 verbraucht.
Im Jahr 2018 war der Verbrauch um 4,8 % höher als im Jahr 2017.

Im Jahr 2017 wurden 2,1 Mio. Tonnen an Pellets verbraucht.

Aufgabenstellung:

– Geben Sie die absolute und die prozentuelle Änderung des Pelletsverbrauchs von 2015 bis 2018 an.

Leitfrage:

– Berechnen Sie die jährliche prozentuelle Änderungsrate p des Pelletsverbrauchs von 2015 bis 2018, wenn für den gesamten Zeitraum ein gleichbleibender Zuwachs angenommen wird.

– Ermitteln Sie mithilfe des Verbrauchswerts des Jahres 2017 und der berechneten jährlichen prozentuellen Änderungsrate p, nach wie vielen Jahren der Pelletsverbrauch erstmals bei 2,5 Mio. Tonnen liegen wird.

Aufgabe 5

Gladiolen sind beliebte Schnittblumen, die aus Gladiolenzwiebeln entstehen. Anhand einer Gladiolenzwiebel ist nicht erkennbar, welche Farbe die Blüten haben werden. Man geht davon aus, dass 12 % aller Gladiolen rote Blüten haben.

Aufgabenstellung:

Ein Hobbygärtner pflanzt n zufällig ausgewählte Gladiolenzwiebeln in die Erde.

- Berechnen Sie n, wenn erwartet wird, dass daraus 6 Gladiolen mit roten Blüten entstehen.
- Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass aus den n gepflanzten Gladiolenzwiebeln mindestens 5 Gladiolen mit roten Blüten entstehen.

Leitfrage:

Ein Großhändler liefert Gladiolenzwiebeln in Säcken zu je 200 Stück. Er möchte garantieren, dass die Anzahl der Gladiolen mit roten Blüten in einem Sack um nicht mehr als eine bestimmte Anzahl c vom Erwartungswert abweicht. Dieses Garantieversprechen will er mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % einhalten können.

- Geben Sie an, wie groß die Abweichung c mindestens sein muss.

Bonusaufgabe 6 (nur BHS Cluster W1, W2 & T2)

a) Durch die alkoholische Gärung von Traubensaft entsteht Wein. Dabei wird mithilfe von Hefepilzen der Zucker, der sich im Traubensaft befindet, in Alkohol umgewandelt.

Ein Winzer misst während eines Gärungsprozesses täglich den Alkoholgehalt und erhält folgende Tabelle:

Zeit seit Beginn des Gärungsprozesses in Tagen	Alkoholgehalt in %
1	0,7
2	1,4
3	2,3
4	3,6
5	5,2
6	7,3
7	9,7

1) Interpretieren Sie die Bedeutung des Ausdrucks $\frac{3{,}6 - 1{,}4}{4 - 2}$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Der Alkoholgehalt soll in Abhängigkeit von der Zeit t seit Beginn des Gärungsprozesses durch eine quadratische Ausgleichsfunktion angenähert werden.

2) Ermitteln Sie eine Gleichung der quadratischen Ausgleichsfunktion.

Der Zuckergehalt während des Gärungsprozesses kann für die ersten 8 Tage näherungsweise mithilfe der Funktion z beschrieben werden:

$z(t) = 0{,}25 \cdot t^2 - 4{,}1 \cdot t + 17$ mit $0 \leq t \leq 8$

t ... Zeit seit Beginn des Gärungsprozesses in Tagen
$z(t)$ ... Zuckergehalt zur Zeit t in %

3) Berechnen Sie den Zuckergehalt bei einem Alkoholgehalt von 11 %.