MATHAGO

HAUSÜBUNG

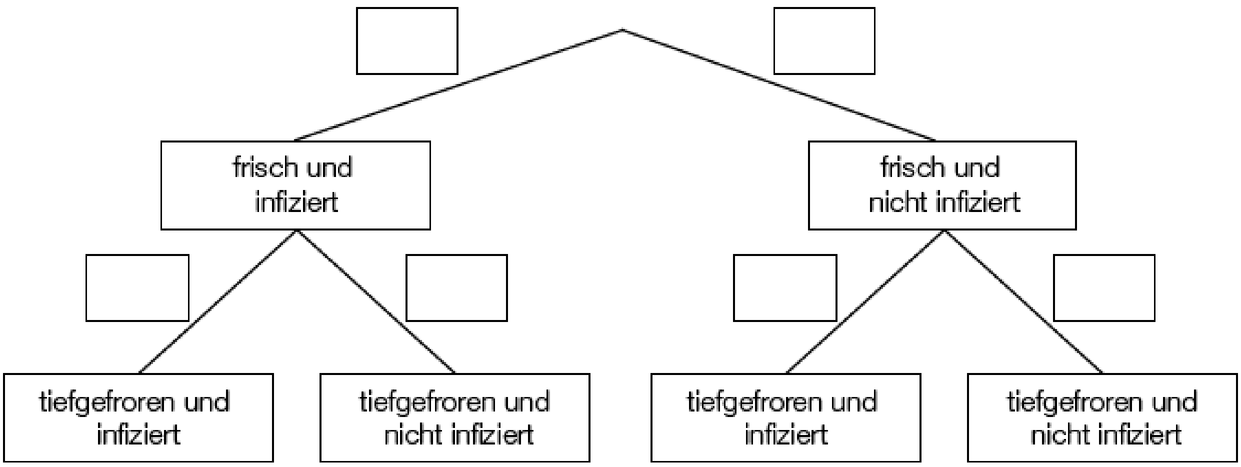
bis 24.04.2020

Aufgabe 1

Im Rahmen einer Untersuchung wurde festgestellt:
Rund 70 % des im Handel angebotenen frischen Hühnerfleischs sind mit Keimen infiziert.
Bei tiefgefrorenem Hühnerfleisch ist dieser Prozentsatz nur halb so groß.

Es wird zuerst ein Stück frisches Hühnerfleisch und danach ein Stück tiefgefrorenes Hühnerfleisch zufällig ausgewählt.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 zufällig ausgewählten frischen Hühnerfleischstücken mindestens die Hälfte infiziert ist. (R)

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.
$P(E) = \sum_{k=0}^{2} \binom{5}{k} \cdot 0{,}35^k \cdot (1 - 0{,}35)^{5-k}$ (B)

Es werden im Rahmen einer Untersuchung f zufällig ausgewählte frische und t zufällig ausgewählte tiefgefrorene Hühnerfleischstücke getestet.

– Beschreiben Sie, was mit $f \cdot 0{,}7 + t \cdot 0{,}35$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. (R)

Aufgabe 2

Der Kirchturm des Ulmer Münsters hat eine Höhe von 161,53 m und ist damit der höchste Kirchturm der Welt.

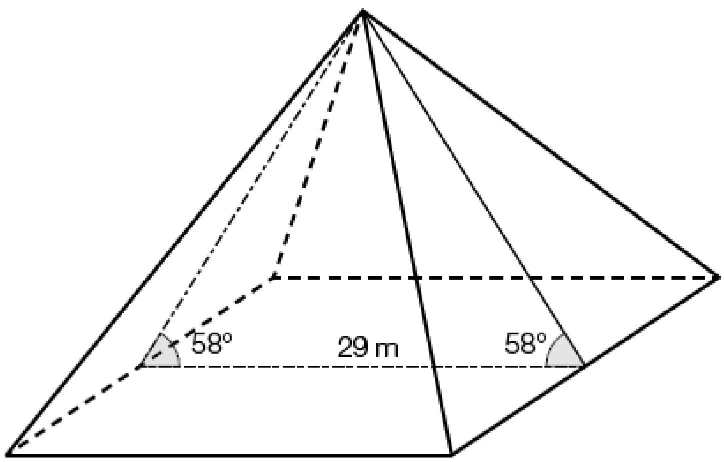
Eine Gruppe von Architekturstudentinnen und -studenten muss ein maßstabgetreues Modell des Münsters nachbauen. Dabei soll die Höhe des Kirchturms 75 cm betragen.
Eine Seite der Grundfläche des Münsters hat eine Länge von 123,56 m.

– Bestimmen Sie die Länge dieser Seite im Modell. (B)

Die Länge des Schattens, den der Kirchturm auf den horizontalen Vorplatz wirft, hängt vom Einfallswinkel der Sonnenstrahlen ab. Der Einfallswinkel der Sonnenstrahlen ist derjenige Winkel, den diese mit der Horizontalen einschließen.

– Erstellen Sie eine Skizze, in der der Einfallswinkel α, die Höhe h des Kirchturms und die Länge s des Schattens beschriftet sind. (A)

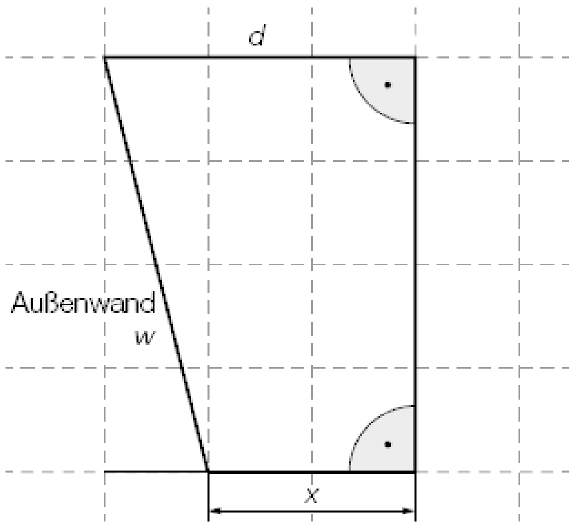
Ein Teil der Ulmer Stadtbibliothek hat die Form einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Spitze der Pyramide liegt dabei genau über dem Mittelpunkt der Grundfläche.
Die Länge ihrer Basiskante ist 29 m, die Neigung der Seitenflächen zur Grundfläche beträgt jeweils 58° (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: Gary A Baratta – own work, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ulm_Library_from_the_MunsterIMG_5800s.jpg [20.02.2019] (adaptiert).

– Berechnen Sie die Höhe der Pyramide. (B)

In Ulm steht auch das „schiefste Hotel der Welt“ (siehe nachstehende Skizze der Seitenansicht).



Für eine Berechnung wird folgende Formel aufgestellt:

$\sin(\beta) = \frac{d - x}{w}$

– Zeichnen Sie den Winkel β in die obige Skizze ein. (R)

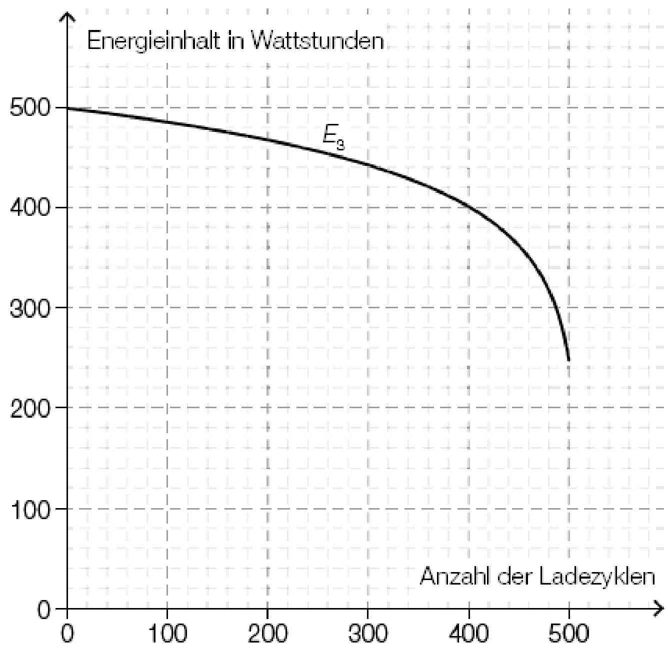
Aufgabe 3

Auf der Website eines Herstellers von Akkus für E-Bikes ist zu lesen:
„Der Energieinhalt neuer Akkus beträgt bei vollständigem Aufladen 500 Wattstunden (Wh). Durch die Benützung sinkt der Energieinhalt, den man durch vollständiges Aufladen erzielen kann. Nach 400 Ladezyklen kann durch vollständiges Aufladen nur noch ein Energieinhalt von 300 Wh erzielt werden."

Der Energieinhalt E des jeweils vollständig geladenen Akkus soll in Abhängigkeit von der Anzahl der bis dahin erfolgten Ladezyklen Z in zwei verschiedenen Modellen beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen Exponentialfunktion E_1 auf. (A)
– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen linearen Funktion E_2 auf. (A)

In der nachstehenden Abbildung ist der Energieinhalt in Abhängigkeit von der Anzahl der Ladezyklen für einen anderen Akku dargestellt.



– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die mittlere Änderungsrate des Energieinhalts für die ersten 300 Ladezyklen. (B)

Jemand stellt für den oben dargestellten Funktionsgraphen von E_3 die folgenden beiden Behauptungen auf:

$E_3'(Z) < 0$
$E_3''(Z) > 0$ mit $Z \in [0; 500]$

Z ... Anzahl der Ladezyklen
$E_3(Z)$ ... Energieinhalt nach Z Ladezyklen in Wh

– Argumentieren Sie, dass genau eine der beiden Behauptungen richtig und die andere falsch ist. (R)

Aufgabe 4

Für eine Busreise stehen 55 Plätze zur Verfügung.
Die Fixkosten, die das Reisebüro unabhängig von den teilnehmenden Personen hat, betragen K Euro.
Für jeden gebuchten Platz erzielt das Reisebüro einen Gewinn von g Euro.
Für jeden nicht gebuchten Platz macht das Reisebüro einen Verlust von f Euro.

Aufgabenstellung:

– Geben Sie einen Term an, mit dem der Gewinn des Reisebüros für eine Busreise ermittelt werden kann, wenn x Plätze gebucht werden.

Leitfrage:

– Ermitteln Sie den Parameter g in Abhängigkeit von den Fixkosten K, wenn bei einer Teilnahme von 45 Personen der Gewinn 1.000 Euro beträgt und sich dieser bei einer Teilnahme von 50 Personen verdoppelt.

Aufgabe 5

Für eine Polynomfunktion f dritten Grades mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ gelten die folgenden Bedingungen:

$f(-2) = 1$
$f'(-2) = 0$
$f''(-2) = 3$

Aufgabenstellung:

- Geben Sie an, welcher charakteristische Punkt (Hochpunkt, Tiefpunkt oder Wendepunkt) des Graphen von f durch die angeführten Bedingungen festgelegt ist.
- Geben Sie weiters seine Koordinaten an und begründen Sie, warum genau eine weitere Stelle x_1 existieren muss, für die die Bedingung $f'(x_1) = 0$ gilt.

Leitfrage:

- Geben Sie eine Funktionsgleichung von f an, wenn $d = 0$ ist, und begründen Sie, warum genau eine Stelle x_2 existiert, für die die Bedingung $f''(x_2) = 0$ gilt.

Bonusaufgabe 6 (nur BHS Cluster P)

a) Anna und Beate überlegen sich folgende Trainingspläne:

		Trainingstag			
		1	2	3	4
Länge der Trainingsstrecke in km	Anna	1,5	1,65	1,815	
	Beate	1,5	2	2,5	

1) Zeigen Sie, dass die Längen der Trainingsstrecken von Anna an den ersten 3 Tagen eine geometrische Folge bilden.
2) Stellen Sie für diese Folge ein rekursives Bildungsgesetz auf.

Die Längen der Trainingsstrecken von Beate an den ersten 3 Tagen bilden eine arithmetische Folge.

3) Stellen Sie für diese Folge ein rekursives Bildungsgesetz auf.

4) Ergänzen Sie unter Verwendung der jeweiligen Bildungsgesetze die fehlenden Werte in der letzten Spalte der obigen Tabelle.

b) Clara berechnet die Längen ihrer Trainingsstrecken folgendermaßen:

$c_n = 2{,}75 + 0{,}125 \cdot n$

n … Trainingstag
c_n … Länge der Trainingsstrecke am n-ten Tag in km

1) Berechnen Sie, am wievielten Trainingstag Claras Trainingsstrecke eine Länge von 8 km hat.