MATHAGO

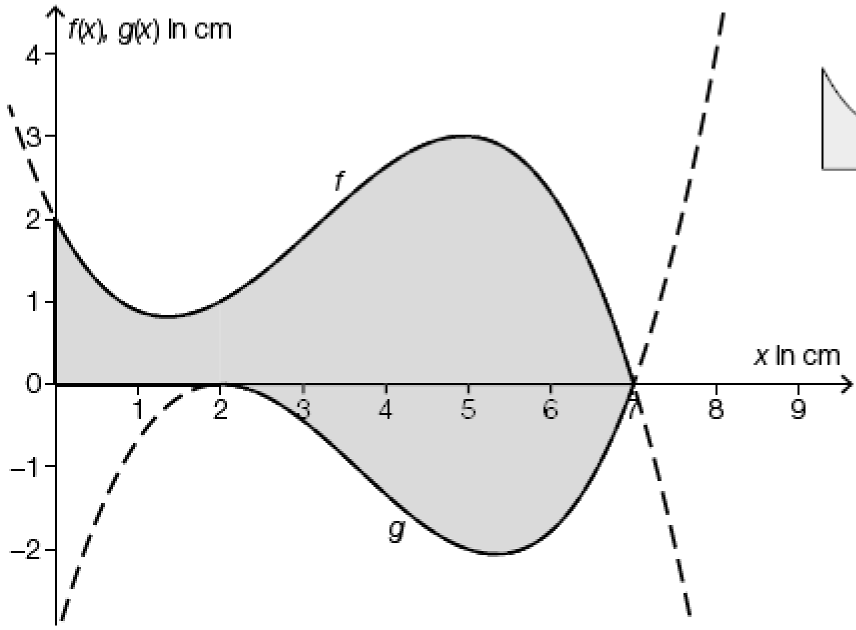
HAUSÜBUNG

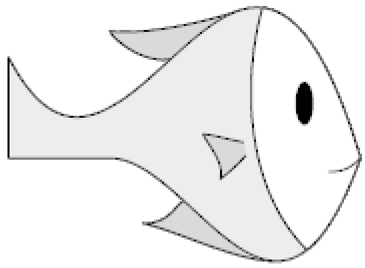
bis 22.04.2020

Aufgabe 1

Ein Spielzeughersteller produziert Schaumgummifische für die Badewanne.

Die Graphen der Polynomfunktionen f (im Intervall [0; 7]) und g (im Intervall [2; 7]) sowie ein Teil der waagrechten Achse und ein Teil der senkrechten Achse beschreiben die Umrisslinie eines Schaumgummifischs (siehe nachstehende Abbildung).





– Stellen Sie mithilfe von f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf. (A)

$A =$ ______________________________

Die Funktion g ist eine Polynomfunktion 3. Grades. Der Graph von g verläuft durch die Punkte $(5|-2)$ und $(7|0)$ sowie durch den Hochpunkt $(2|0)$.

– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von g. (A)

Für die Funktion g gilt:

$$g(x) = \frac{1}{9} \cdot x^3 - \frac{11}{9} \cdot x^2 + \frac{32}{9} \cdot x - \frac{28}{9}$$

– Ermitteln Sie die Koordinaten des Tiefpunkts von g. (B)

– Erläutern Sie, woran man anhand der obigen Abbildung erkennen kann, dass die Polynomfunktion f mindestens 3. Grades ist. (R)

Aufgabe 2

Zu Beginn des Jahres 2017 betrug der Holzbestand in Österreichs Wäldern 1 135 Millionen Festmeter Holz. Obwohl jährlich Holz geerntet wird, nimmt der Holzbestand in jedem Jahr um 13 Millionen Festmeter zu.

Der Holzbestand in Österreichs Wäldern in Abhängigkeit von der Zeit t soll mithilfe einer Funktion f beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2017. (A)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.
$f(8) - f(3)$ (R)

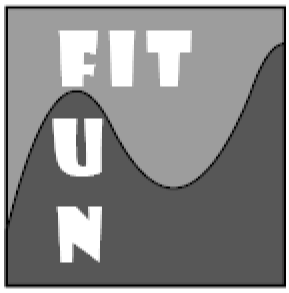
Österreichs Industrie fordert, die jährliche Ernte von 17 Millionen Festmetern auf 22 Millionen Festmeter zu steigern.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent Österreichs Industrie die jährliche Ernte steigern möchte. (B)

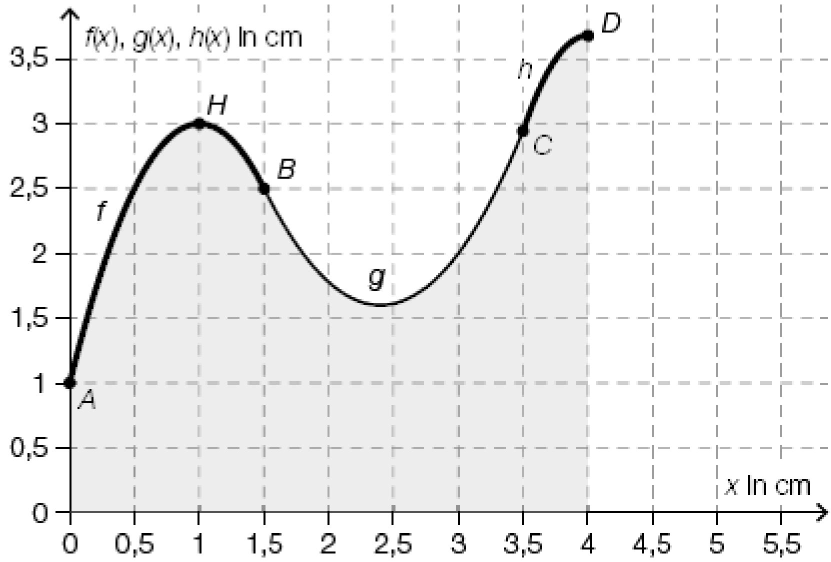
– Interpretieren Sie die Bedeutung der nachstehenden Funktion h im gegebenen Sachzusammenhang.
$h(t) = f(t) - 5 \cdot t$ (R)

Aufgabe 3

Eine Grafikerin erstellt für eine Tourismusregion ein neues Logo für die Website.



Die nachstehende Abbildung zeigt die obere Begrenzungslinie des Logos, die sich aus den Graphen der Funktionen f (zwischen den Punkten A und B), g (zwischen B und C) und h (zwischen C und D) zusammensetzt.



Für die Funktion f gilt:

$f(x) = -2 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1$

– Zeigen Sie, dass der Punkt $H = (1|3)$ der Hochpunkt von f ist. (R)

Im Punkt B haben die Funktionen f und g den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung. Der Tiefpunkt von g ist an der Stelle $x = 2{,}4$.

– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der quadratischen Funktion g. (A)

– Stellen Sie aus den Funktionen f, g und h eine Formel zur Berechnung des Inhalts F der grau markierten Fläche des Logos auf. (A)

$F =$ ______________________________

– Geben Sie die größtmöglichen Intervalle an, in denen die obere Begrenzungslinie negativ gekrümmt ist. (R)

Aufgabe 4

Ein Taxiunternehmer schreibt die Streckenlängen der Fahrten eines Abends als geordnete Liste auf:

0,8 km   1,3 km   2,9 km   3,4 km   3,4 km   3,5 km   5,8 km   7,1 km

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung dieser Streckenlängen. (B)

In einem Ort gibt es die zwei Taxiunternehmen *A* und *B*. Beim Taxiunternehmen *A* ist erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 64 % ein freies Taxi verfügbar. Unabhängig davon beträgt die Wahrscheinlichkeit beim Taxiunternehmen *B* 45 %.

Ein Kunde ruft zuerst beim Taxiunternehmen *A* an. Falls dort kein freies Taxi verfügbar ist, ruft er anschließend beim Taxiunternehmen *B* an.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass für diesen Kunden ein freies Taxi verfügbar ist. (B)

Ein Taxiunternehmen berechnet die Fahrtkosten für eine Fahrt folgendermaßen:
Bereits beim Einsteigen ist die sogenannte Grundtaxe von 4,70 € fällig. Diese inkludiert den ersten gefahrenen Kilometer. Ab dann sind für die zusätzlich gefahrene Strecke 1,30 €/km fällig.

Jemand fährt eine Strecke von x Kilometern ($x > 1$).

– Stellen Sie aus x eine Formel zur Berechnung der Fahrtkosten K für diese Fahrt auf. (A)

$K =$ ______________________________

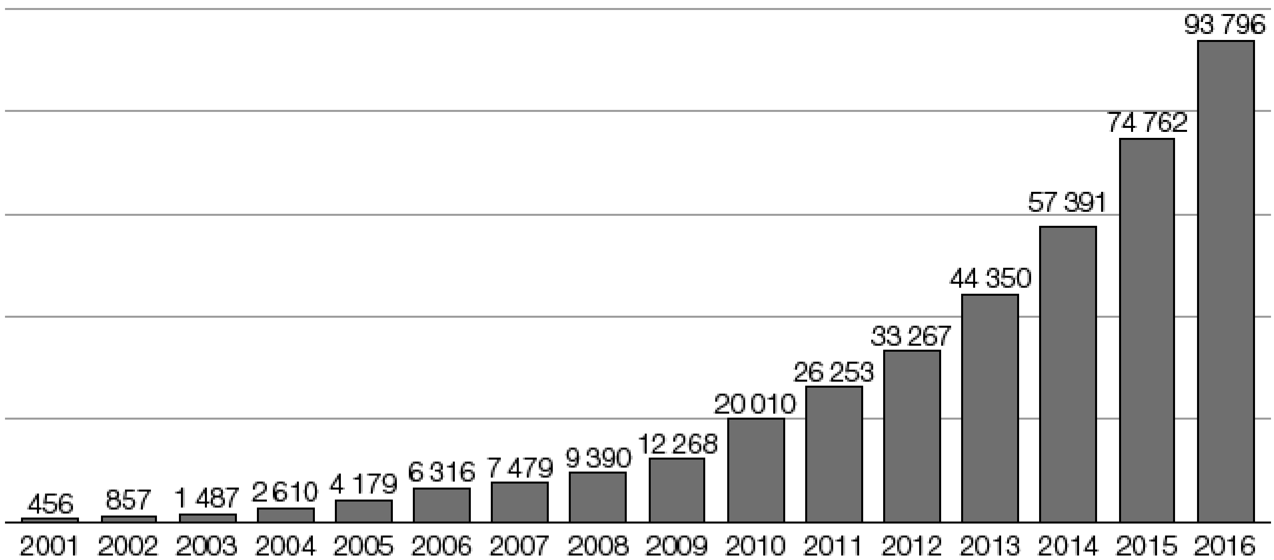
Die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei einer zufällig ausgewählten Taxifahrt um eine Mehr-Personen-Fahrt handelt, beträgt p.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:

$P(E) = \binom{6}{6} \cdot p^6 + \binom{6}{5} \cdot p^5 \cdot (1 - p)$ (R)

Aufgabe 5

Die Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten eines Streaming-Anbieters ist in den Jahren 2001 bis 2016 jedes Jahr gestiegen (siehe nachstehende Abbildung).



Quelle: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/183340/umfrage/abonnenten-von-netflix-seit-2003/ [16.01.2018] (adaptiert).

– Ermitteln Sie den Median der dargestellten Anzahlen der Abonnentinnen und Abonnenten. (B)

Die Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten dieses Anbieters in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren wächst im dargestellten Zeitraum näherungsweise exponentiell.

– Stellen Sie nur mithilfe der Werte der Jahre 2001 und 2016 eine Funktionsgleichung der zugehörigen Exponentialfunktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2001. (A)

Die Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten eines Streaming-Anbieters für klassische Musik wächst jährlich um durchschnittlich 35 % bezogen auf den Wert des jeweiligen Vorjahrs.

– Berechnen Sie, innerhalb welchen Zeitraums sich diese Anzahl vervierfacht. (B)

Die Anzahl der Abonnentinnen und Abonnenten eines weiteren Streaming-Anbieters ist von 2014 auf 2015 um p % gestiegen. Von 2015 auf 2016 ist diese um $2 \cdot p$ % gestiegen.

– Argumentieren Sie, dass der Zuwachs in diesen 2 Jahren insgesamt höher als $3 \cdot p$ % war. (R)

Bonusaufgabe 6 (nur AHS)

Zwei Meinungsforschungsinstitute erhoben in unterschiedlichen Zufallsstichproben gleichzeitig den Wähleranteil einer Partei. Anhand von Umfrage *A* mit 500 Befragten wurde das symmetrische Konfidenzintervall [0,315; 0,355] für den relativen Wähleranteil dieser Partei ermittelt. Umfrage *B* mit 1 000 Befragten lieferte (bei gleicher Berechnungsmethode) das symmetrische Konfidenzintervall [0,275; 0,325] für den relativen Wähleranteil dieser Partei.

Aufgabenstellung:

Geben Sie zu jeder der nachstehenden Aussagen an, ob sie richtig oder falsch ist, und begründen Sie Ihre Entscheidungen!

Aussage 1: Das der Berechnung des Konfidenzintervalls der Umfrage *A* zugrunde gelegte Konfidenzniveau ist höher als jenes, das der Berechnung des Konfidenzintervalls der Umfrage *B* zugrunde gelegt wurde.
Aussage 2: Der Wähleranteil dieser Partei liegt mit Sicherheit im Intervall [0,275; 0,355].

Leitfrage:

Ermitteln Sie die statistische Sicherheit (das Konfidenzniveau) des anhand von Umfrage *A* ermittelten Konfidenzintervalls und erklären Sie Ihre Vorgehensweise!
Geben Sie an, ob eine Verdoppelung der Stichprobengröße bei gleichbleibendem Stichprobenanteil und gleichbleibender Sicherheit zu einer Halbierung der Breite des Konfidenzintervalls führt, und begründen Sie Ihre Entscheidung!