MATHAGO

HAUSÜBUNG

bis 20.04.2020

Aufgabe 1

Die Funktion $s\colon [0; 15] \to \mathbb{R}$ beschreibt den zurückgelegten Weg eines Fahrzeugs in Abhängigkeit von der Zeit t.
Dabei gilt: $s(t) = -\frac{4}{45} \cdot t^3 + 2 \cdot t^2$ mit t in Sekunden und $s(t)$ in Metern.

In der nachstehenden Tabelle sind die Durchschnittsgeschwindigkeiten für einzelne Zeitintervalle angeführt.

Zeitintervall	Durchschnittsgeschwindigkeit in m/s
[0; 3)	5,2
[3; 7,5)	13,2
[7,5; 9)	14,8
[9; 15]	$\overline{v}_4$

Aufgabenstellung:

– Ermitteln Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit $\overline{v}_4$ des Fahrzeugs im Zeitintervall [9; 15].

Leitfrage:

Berechnet man das arithmetische Mittel der vier Durchschnittsgeschwindigkeiten aus der obigen Tabelle, so erhält man eine Zahl m.

– Zeigen Sie rechnerisch, dass diese Zahl m mit der Durchschnittsgeschwindigkeit $\overline{v}$ im Zeitintervall [0; 15] nicht übereinstimmt.

Aufgabe 2

Zu Beginn des Jahres 2017 begann in der Westantarktis ein Eisberg Richtung Norden zu treiben. Die vom Eisberg bedeckte Fläche hatte einen Inhalt von annähernd 5800 km². Der Inhalt dieser Fläche war damit um rund ein Drittel größer als der Flächeninhalt des Burgenlandes.

– Berechnen Sie aus den angegebenen Daten den ungefähren Flächeninhalt des Burgenlandes. (B)

In einem vereinfachten Modell geht man davon aus, dass der Eisberg innerhalb von 3 Jahren schmilzt. Dabei nimmt der Inhalt der bedeckten Fläche linear ab.

Der Inhalt der bedeckten Fläche in km² soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren durch eine lineare Funktion f beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für f auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Beginn des Jahres 2017. (A)

Erfahrungsgemäß bewegt sich ein Eisberg dieser Größe mit einer Geschwindigkeit von rund 10 km/Tag.

– Ergänzen Sie die fehlende Zahl in der nachstehenden Umformung. (A)

10 km/Tag = ________________________________ cm/min

Ein abgebrochener Teil eines Eisbergs hat zur Zeit t (in Jahren) die Geschwindigkeit $v(t)$ (in Kilometern pro Jahr).

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$\int_0^2 v(t)\,dt$ (R)

Aufgabe 3

Beim Lotto *6 aus 45* können bei einem einzelnen Tipp 6 Zahlen von 1 bis 45 angekreuzt werden. Bei der Ziehung werden ohne Zurücklegen insgesamt 7 Zahlen von 1 bis 45 gezogen.

Anton hat einen Tipp abgegeben und verfolgt die Ziehung der Lottozahlen im Fernsehen.
Die ersten 5 gezogenen Zahlen stimmen bereits mit den Zahlen in seinem Tipp überein.
Stimmt die 6. gezogene Zahl auch mit seinem Tipp überein, hat er einen *Lottosechser*.
Stimmt die 6. gezogene Zahl nicht mit seinem Tipp überein, die 7. gezogene Zahl aber schon, hat er einen *Lottofünfer mit Zusatzzahl*.

– Erstellen Sie ein mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschriftetes Baumdiagramm, das die möglichen Ausgänge für die Ziehung der letzten beiden Zahlen darstellt. (A)

Martin, Paula und Ida bilden eine Spielgemeinschaft. Martin hat € 20, Paula € 60 und Ida € 40 eingezahlt.
Die Spielgemeinschaft gewinnt € 24.660. Der Gewinn soll so aufgeteilt werden, dass die Gewinnanteile den Einzahlungsanteilen entsprechen.

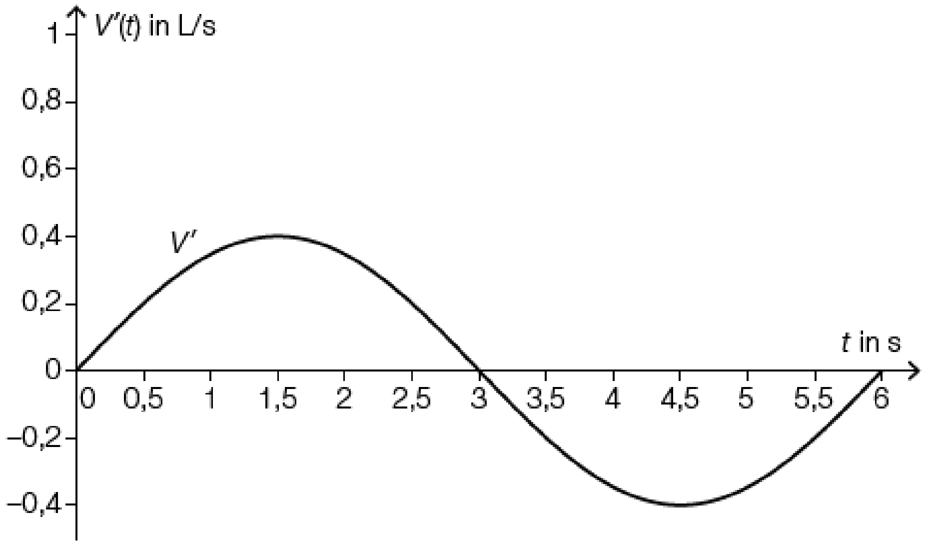
– Berechnen Sie den jeweiligen Gewinnanteil von Martin, Paula und Ida. (B)

Der *Joker* besteht aus 6 zufällig gezogenen Ziffern und ist eine Nummer von 000000 bis 999999.

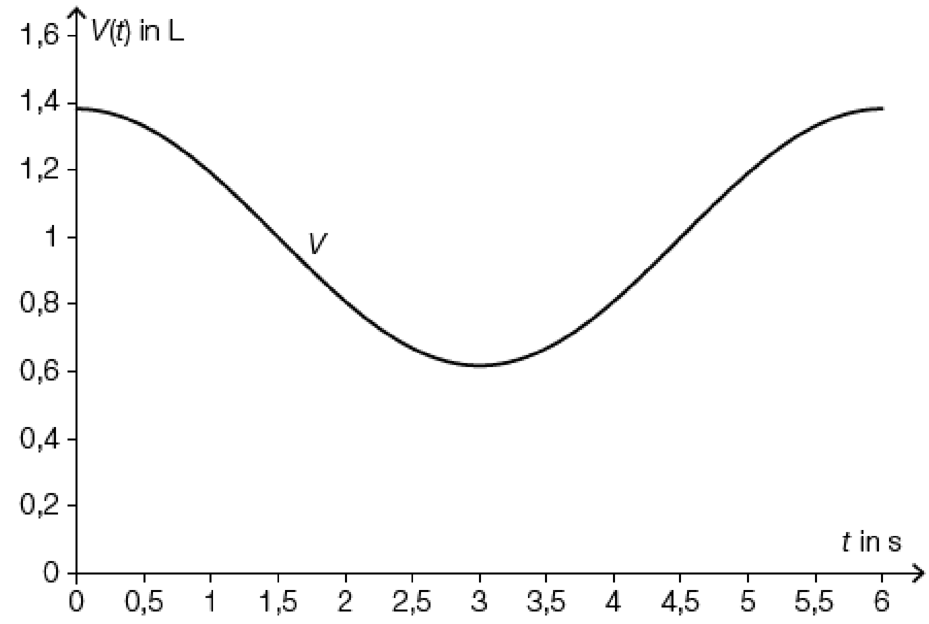
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keine der 6 Ziffern des Jokers eine 0 ist. (B)

Aufgabe 4

Die momentane Änderungsrate V' des Atemvolumens einer Person kann für einen Atemzug näherungsweise durch den nachstehend dargestellten Graphen beschrieben werden.



Die Funktion V ist eine Stammfunktion der Funktion V'.
Jemand hat den Graphen der Funktion V falsch gezeichnet (siehe nachstehende Abbildung).



– Erklären Sie, woran man erkennen kann, dass dieser Graph falsch gezeichnet wurde. (R)

Die momentane Änderungsrate des Atemvolumens einer anderen Person kann in Abhängigkeit von der Zeit t während des Einatmens mithilfe einer quadratischen Funktion f mit $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t$ beschrieben werden.

Der Punkt $(t_1 | 0{,}5)$ ist der Scheitelpunkt der Funktion f.

– Erstellen Sie mithilfe des Scheitelpunkts ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f. (A)

$t = 0$ ist eine Nullstelle der Funktion f.

– Begründen Sie, warum die zweite Nullstelle von f bei $t = 2 \cdot t_1$ liegt. (B)

Das Atemvolumen einer weiteren Person kann in einem bestimmten Zeitraum durch die Funktion g beschrieben werden:

$g(t) = a \cdot (t - b)^3 + c$

a, b, c ... Parameter

Jemand berechnet die Ableitungsfunktion fälschlicherweise mit:

$g'(t) = a \cdot (t - b)^2$

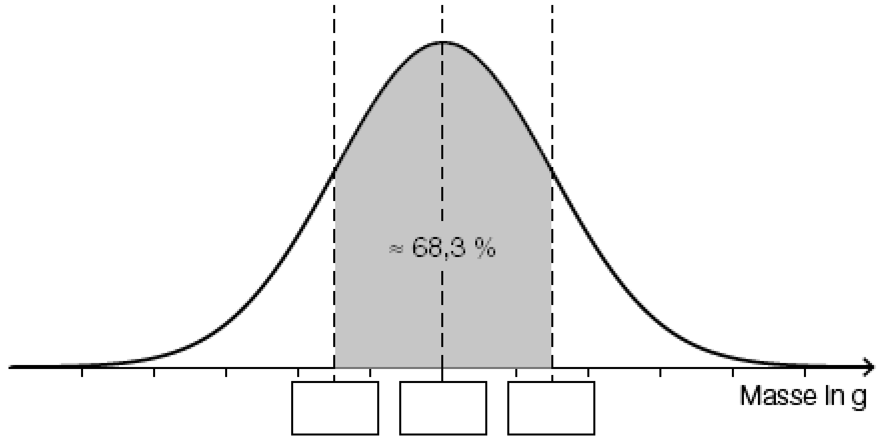
– Erklären Sie mithilfe der entsprechenden Ableitungsregel, welcher Fehler dabei gemacht wurde. (R)

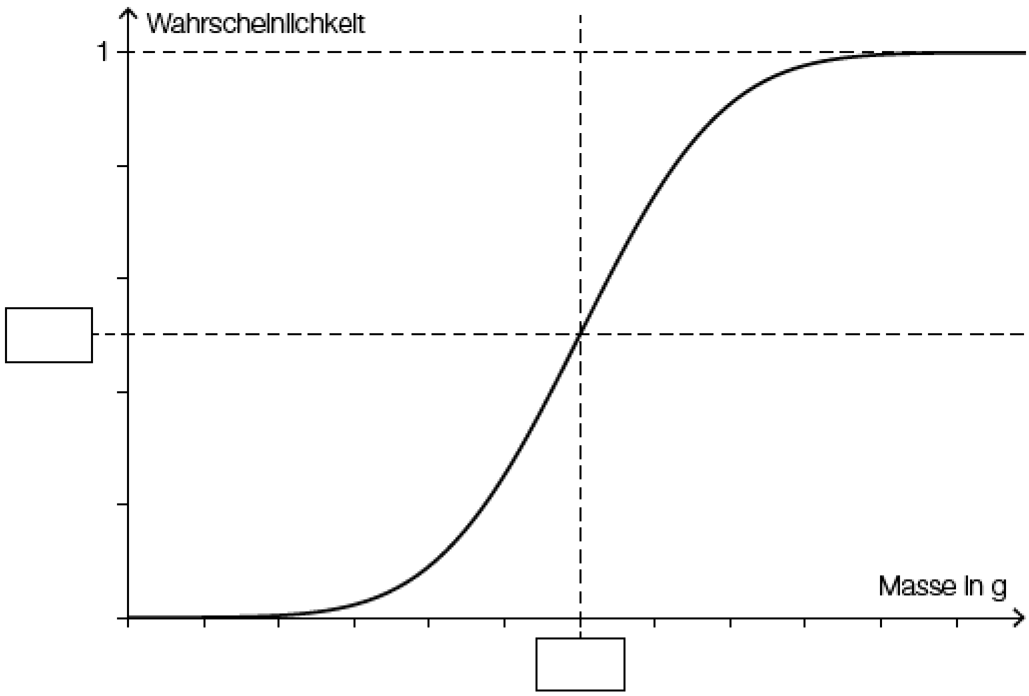
Aufgabe 5

Die Masse von Reispackungen einer bestimmten Sorte ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1\,000$ g und der Standardabweichung $\sigma = 15$ g.

In den nachstehenden beiden Abbildungen sind der Graph der zugehörigen Dichtefunktion f bzw. der Graph der Verteilungsfunktion F dargestellt.

– Tragen Sie die entsprechenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. (A)





– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Reispackung dieser Sorte eine Masse von weniger als 980 g hat. (B)

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = 1 - \int_{990}^{1010} f(x)\,\mathrm{d}x$ (R)

– Kreuzen Sie die falsche Aussage an. *[1 aus 5]* (R)

Es werden die folgenden Bezeichnungen verwendet:

f ... Dichtefunktion der Normalverteilung
F ... zugehörige Verteilungsfunktion der Normalverteilung

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$	☐
Die Gleichung $f''(x) = 0$ hat zwei verschiedene Lösungen.	☐
Für immer größer werdende x nähert sich $F(x)$ dem Wert 1.	☐
$F(\mu + \sigma) = F(\mu - \sigma)$	☐
$\int_{-\infty}^{\mu} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\mu}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$	☐

Bonusaufgabe 6 (nur BHS Cluster W1 & W2)

Für den Kauf eines Seegrundstücks benötigt der Käufer einen Kredit in Höhe von € 865.000.
(Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

a) Ein Kreditinstitut macht folgendes Angebot:
Der Kreditnehmer bezahlt am Ende jedes Jahres eine Rate in Höhe von € 100.000 bei einem Zinssatz von 6,75 % p. a.

– Berechnen Sie, wie viele volle Raten der Kreditnehmer bezahlen muss.
– Berechnen Sie die Höhe des ein Jahr nach der letzten vollen Rate fälligen Restbetrags.

b) Ein anderes Kreditinstitut stellt einen Tilgungsplan zur Rückzahlung des Kredits auf. Ein Ausschnitt dieses Tilgungsplans ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

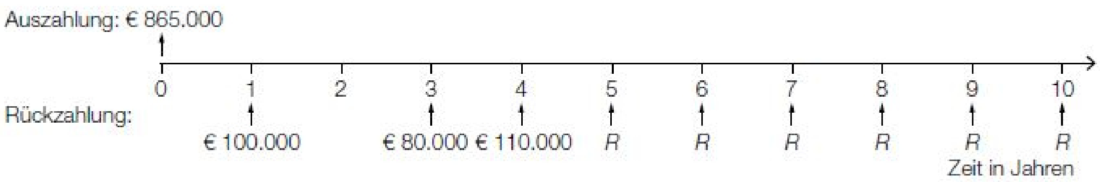
Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 865.000
1	€ 51.467,50	€ 53.532,50		
2	€ 48.282,32	€ −48.282,32		
...				

– Ermitteln Sie die Annuität und die Restschuld im Jahr 1.

Im Jahr 2 sind die beiden Einträge in den Spalten „Zinsanteil“ und „Tilgungsanteil“ bis auf das Vorzeichen gleich.

– Beschreiben Sie die Auswirkungen auf die Restschuld im Jahr 2.

c) Ein weiteres Angebot zur Rückzahlung des Kredits innerhalb von 10 Jahren kann mithilfe folgender Zeitachse dargestellt werden:



– Beschreiben Sie den Rückzahlungsvorgang des in der Zeitachse dargestellten Angebots in Worten.
– Berechnen Sie die Ratenhöhe R bei einem Zinssatz von 6 % p. a.