MATHAGO

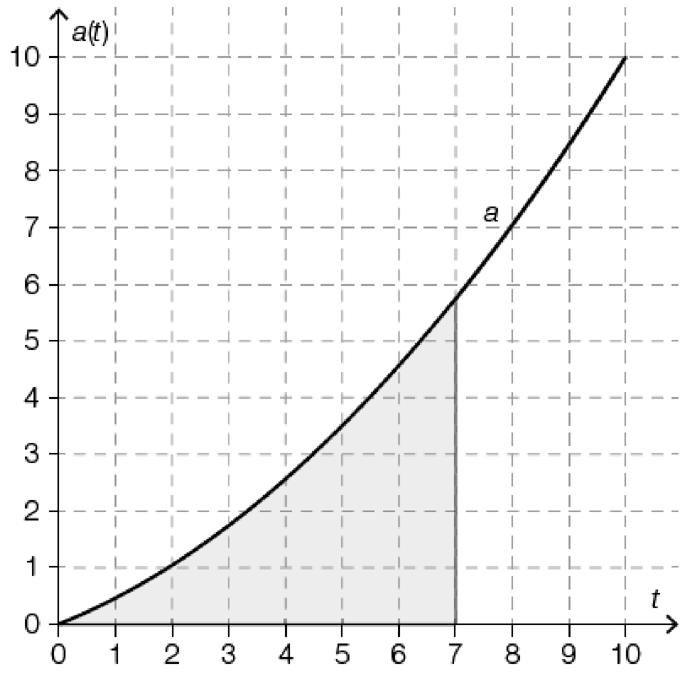
HAUSÜBUNG

bis 17.04.2020

Aufgabe 1

Ein Körper mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 5 m/s wird 10 s lang beschleunigt.
Seine Beschleunigung wird durch die Funktion a in Abhängigkeit von der Zeit t modelliert.
Dabei gilt: $a(t) = 0{,}06 \cdot t^2 + 0{,}4 \cdot t$ mit t in s und $a(t)$ in m/s².

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion a dargestellt und ein Flächenstück markiert.



Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie den Inhalt des markierten Flächenstücks und erklären Sie, was dieser Wert für die Geschwindigkeit des Körpers bedeutet.

Leitfrage:

– Berechnen Sie die Länge derjenigen Wegstrecke, die während dieses 10 s langen Beschleunigungsvorgangs zurückgelegt wird, und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

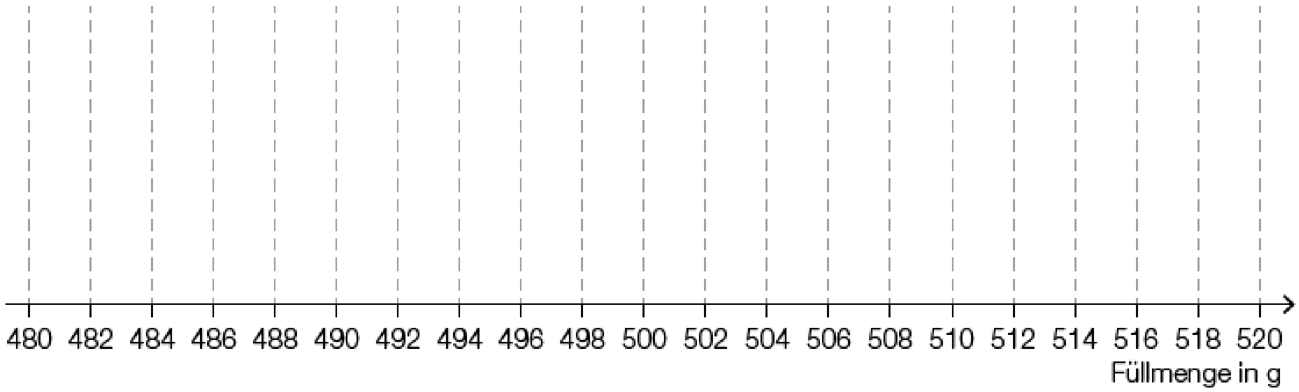
Aufgabe 2

Ein bestimmtes Pulver wird durch einen Automaten in Packungen mit einer Sollmenge von 500 g abgefüllt. Bei der Kontrolle einer Tagesproduktion wird eine Zufallsstichprobe von 25 Packungen entnommen und der Inhalt gewogen (Füllmenge in g). Die Ergebnisse der Messungen sind in der nachstehenden Tabelle angeführt.

Füllmenge in g	482	488	490	498	500	502	510	514	516	518
Anzahl	2	1	2	3	2	3	5	3	2	2

Aufgabenstellung:

– Stellen Sie im nachstehenden Diagramm die Daten der obigen Tabelle in Form eines Boxplots (Kastenschaubilds) dar.



Leitfrage:

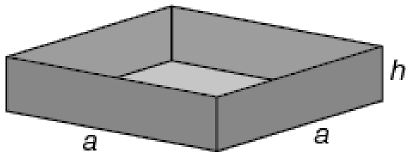
Aus Erfahrung weiß man, dass 20 % der von diesem Automaten abgefüllten Packungen weniger als die angegebene Füllmenge von 500 g beinhalten.

Eine weitere Zufallsstichprobe von 25 Packungen wird entnommen. Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Packungen mit einer Füllmenge von weniger als 500 g an.

– Geben Sie den Erwartungswert für diese Anzahl an.
– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im Vergleich zur ersten Zufallsstichprobe mehr Packungen eine geringere Füllmenge als 500 g beinhalten.

Aufgabe 3

Eine bestimmte Sandkiste hat die Form eines Quaders mit quadratischer Grundfläche (siehe nachstehende Abbildung).



a, h ... Längen in dm

Die Sandkiste soll bis 1 dm unterhalb des Randes der Seitenwände gleichmäßig hoch mit Sand gefüllt werden. Der Sand wird in Säcken zu jeweils 20 L eingekauft.

– Stellen Sie aus a und h eine Formel zur Berechnung der benötigten Anzahl n an Sandsäcken auf. (A)

$n =$ ______________________________

Die Sandkiste wird vergrößert. Bei gleicher Höhe werden die Längen der Seitenkanten verdoppelt.

– Geben Sie an, um welchen Faktor sich dadurch das Volumen der Sandkiste verändert. (R)

Für die Füllung einer Sandkiste werden 18 Sandsäcke mit jeweils 20 L Inhalt benötigt.
Der Hersteller gibt an, dass der Sand eine Dichte von 1 250 g/dm³ hat.

Die Masse m ist das Produkt aus Dichte ϱ und Volumen V, also $m = \varrho \cdot V$.

– Berechnen Sie, wie viele Sandkörner in die Sandkiste geleert werden, wenn 1 g Sand rund 1 000 Sandkörner enthält. (B)

Die Abfüllmenge X anderer Sandsäcke ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 25{,}0$ L.

– Erklären Sie anhand einer Skizze der zugehörigen Dichtefunktion, dass gilt:
$P(X < 24{,}5) = P(X > 25{,}5)$ (R)

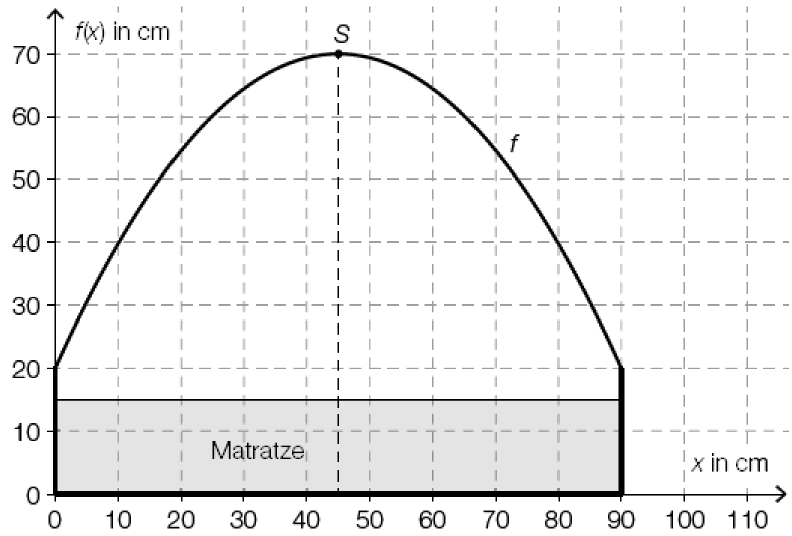
Aufgabe 4

Samuel bekommt ein neues Kinderbett.

Beim Kauf wird eine zweimonatige Lieferzeit vereinbart. Das Bettgestell und die Matratze werden unabhängig voneinander geliefert. Der Verkäufer weiß aus Erfahrung, dass das Bettgestell mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 % und die Matratze mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % eine Woche früher als vereinbart geliefert werden.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Matratze oder das Bettgestell, aber nicht beide eine Woche früher als vereinbart geliefert werden. (B)

Samuel bekommt für sein Bett einen Kuscheltunnel. In der nachstehenden Abbildung ist der Querschnitt des Kuscheltunnels in einem Koordinatensystem dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie kann mithilfe des Graphen der quadratischen Funktion f beschrieben werden:

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 20$

– Erstellen Sie mithilfe des Scheitelpunkts $S = (45|70)$ ein Gleichungssystem zur Berechnung der Parameter a und b. (A)

In den Kuscheltunnel wird eine 15 cm hohe Matratze gelegt (siehe obige Abbildung).

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$\int_0^{90} f(x)\,dx - 15 \cdot 90 = 3450$ (R)

Wählt man ein anderes Koordinatensystem, so kann die obere Begrenzungslinie des Kuscheltunnels durch eine quadratische Funktion g mit $g(x) = a \cdot x^2 + c$ mit $a < 0$ und $c > 0$ beschrieben werden.

– Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts der Funktion g in diesem Koordinatensystem an. (R)

Aufgabe 5

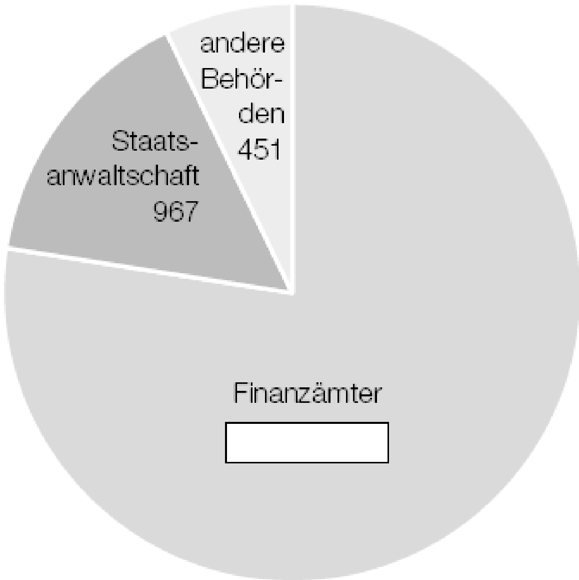
Die Datenüberwachung im Internet kann zu Ermittlungsverfahren führen.

Im Jahr 2016 führte dies zu 3031 Ermittlungsverfahren und im Jahr 2017 zu 3378 Ermittlungsverfahren.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Anzahl der Ermittlungsverfahren von 2016 auf 2017 gestiegen ist. (B)

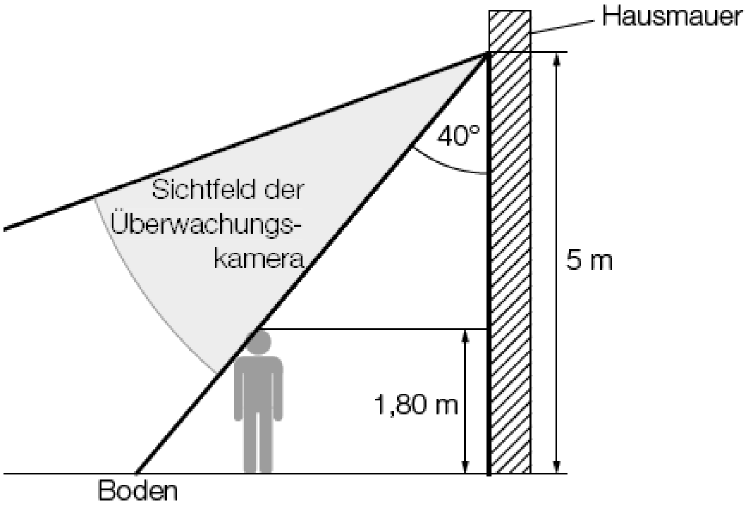
Das Bundesministerium für Finanzen führt ein Verzeichnis aller Bankkonten in Österreich.

Die nachstehende Abbildung zeigt die Anzahl der Abfragen verschiedener Behörden aus diesem Verzeichnis für das Jahr 2017. Der Winkel des Kreissektors für die Abfragen der Staatsanwaltschaft beträgt 55,38°.



– Tragen Sie den auf eine ganze Zahl gerundeten Wert für die Anzahl der Abfragen für Abgabenzwecke in das Kreisdiagramm ein. (A)

Der Eingangsbereich einer Bank wird überwacht. Die nachstehende Abbildung zeigt das Sichtfeld einer Überwachungskamera, die an einer Hausmauer in einer Höhe von 5 m montiert ist.



Eine 1,80 m große Person befindet sich genau am Rand des Sichtfelds der Überwachungskamera (siehe obige Abbildung).

– Berechnen Sie, in welcher Entfernung von der Mauer sich diese Person befindet. (B)

Eine wichtige Kenngröße für Kameras ist derjenige Bildwinkel α, der mit folgender Formel berechnet werden kann:

$\tan(\alpha) = \frac{d}{2 \cdot f}$ mit $d, f, \alpha > 0$ und $0° < \alpha < 90°$

d ... Bilddiagonale

f ... Brennweite

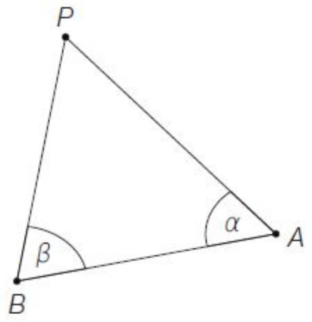
– Beschreiben Sie, wie sich bei gleichbleibendem d eine Vergrößerung von f auf den Bildwinkel α auswirkt. (R)

Bonusaufgabe 6 (nur BHS Cluster P, T1 & T2)

Die Entfernungen werden beim Segeln in nautischen Meilen (NM) angegeben. Die davon abgeleitete Geschwindigkeitseinheit nautische Meilen pro Stunde wird *Knoten* genannt.

a) Ein Segelboot fährt, nachdem es vom Punkt P gestartet ist und den Punkt A passiert hat, zum Punkt B. Von dort fährt es zum Punkt P zurück (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).

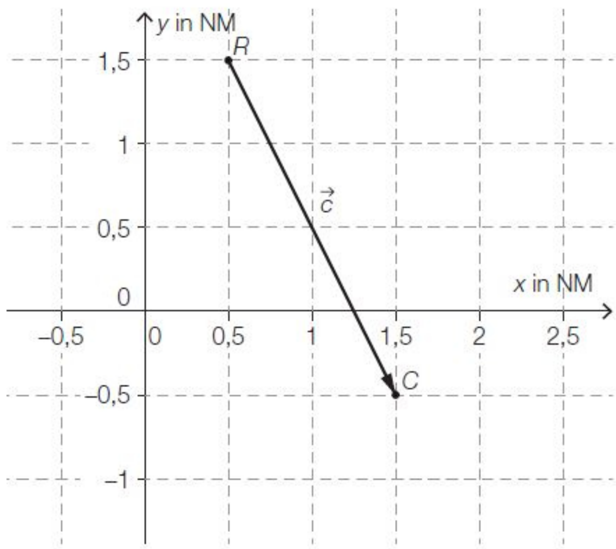
Die folgenden Abmessungen sind bekannt: $\alpha = 63°$, $\overline{PA} = 3{,}3$ NM und $\overline{AB} = 2{,}7$ NM.



– Berechnen Sie die Entfernung $\overline{BP}$.
– Berechnen Sie die Dauer dieser Umrundung, wenn das Segelboot mit einer mittleren Geschwindigkeit von 6,8 Knoten fährt.
– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Entfernung $\overline{BP}$ auf, wenn anstatt der Entfernung $\overline{AB}$ der Winkel β bekannt wäre.

$\overline{BP}$ = ______________________________

b) Ein Segelboot startet im Punkt R und fährt geradlinig zum Punkt C. Dort findet eine Kursänderung statt, um den Punkt D zu erreichen.



– Lesen Sie die Koordinaten des Vektors $\vec{c}$ ab.
– Zeichnen Sie den Punkt D ein, der ausgehend vom Punkt C mit dem Vektor $\vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$ angefahren wird.
– Berechnen Sie das Skalarprodukt $\vec{c} \cdot \vec{d}$.
– Interpretieren Sie dieses Skalarprodukt geometrisch.