MATHAGO

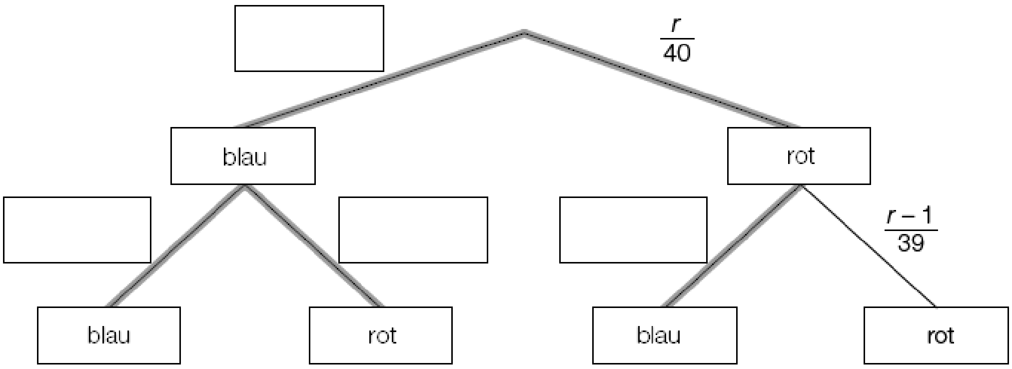
HAUSÜBUNG

bis 15.04.2020

Aufgabe 1

Eine Schachtel enthält insgesamt 40 Wasserbomben in den Farben Rot und Blau. Es gibt r rote und b blaue Wasserbomben. Sophia zieht ohne hinzusehen und ohne Zurücklegen 2 Wasserbomben aus dieser Schachtel.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. (A)



– Beschreiben Sie ein Ereignis E_1 im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mithilfe der markierten Äste im obigen Baumdiagramm berechnet werden kann. (R)

Die Wahrscheinlichkeit, dass Sophia 2 rote Wasserbomben zieht, beträgt $\frac{7}{60}$.

– Berechnen Sie die ursprüngliche Anzahl r der roten Wasserbomben in der Schachtel. (B)

Bei einem Wettbewerb schießen Kinder mit ihren Wasserbomben auf leere Kunststoffflaschen. Manfred wirft n-mal. Er trifft dabei bei jedem Wurf mit einer gleichbleibenden Wahrscheinlichkeit von 45 %.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:

$P(E) = \binom{n}{1} \cdot 0{,}45 \cdot 0{,}55^{n-1}$ (R)

Aufgabe 2

Im Jahr 2008 betrugen die weltweiten bekannten Uranreserven insgesamt etwa 1 766 400 Tonnen.

In der nachstehenden Tabelle sind die Staaten mit den größten Uranreserven (Stand 2008) angegeben.

Staat	Uranreserven in Tonnen	relativer Anteil an den weltweiten bekannten Uranreserven
Australien	709 000	
Kanada	270 100	
Kasachstan	235 100	
Rest der Welt		

– Ergänzen Sie in der obigen Tabelle die fehlende Zahl im grau markierten Feld. (B)

– Ergänzen Sie die fehlende Hochzahl im dafür vorgesehenen Kästchen. (R)

$1\,766\,400\ \text{t} = 1{,}7664 \cdot 10^{\boxed{}}\ \text{kg}$

In der nachstehenden Tabelle sind die Fördermengen von Uran für die Tschechische Republik für 2 bestimmte Jahre dargestellt.

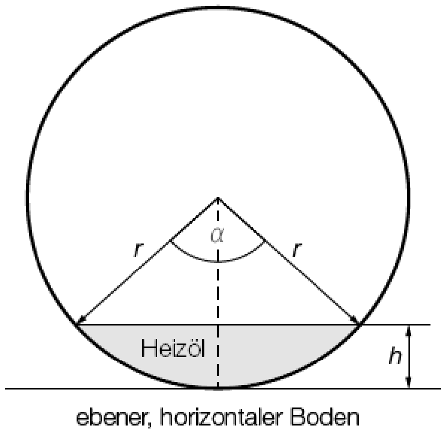
Jahr	Fördermenge in Tonnen
2005	408
2010	254

Die Fördermenge in Tonnen soll in Abhängigkeit von der Zeit *t* in Jahren beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen Exponentialfunktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2005. (A)

Aufgabe 3

Die nachstehende Abbildung zeigt einen waagrecht gelagerten zylinderförmigen Öltank von vorne.



– Stellen Sie aus h und r eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. (A)

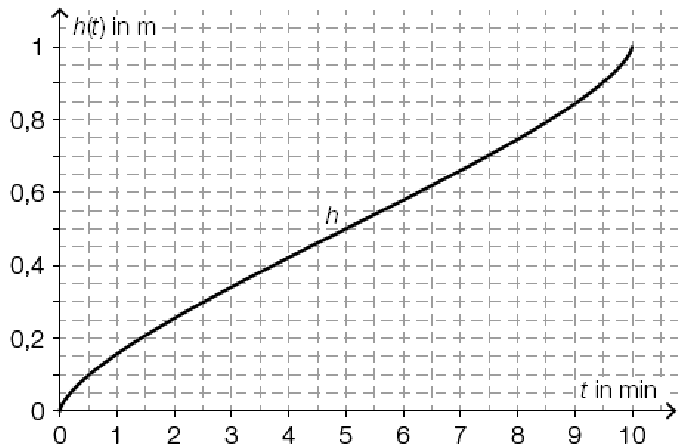
$\alpha =$ ______________________________

Es werden zwei gleich lange, zylinderförmige Öltanks A und B miteinander verglichen. Der Radius von Öltank B ist um 10 % größer als jener von Öltank A.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent das Volumen von Öltank B größer als jenes von Öltank A ist. (B)

Ein leerer Öltank wird mit Heizöl befüllt. Die nachstehende Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf der Füllhöhe während der Befüllung.

t ... Zeit in min
$h(t)$ ... Füllhöhe zur Zeit t in m



– Ermitteln Sie die mittere Änderungsrate der Füllhöhe im Zeitintervall [2,5; 7,5]. (B)

– Begründen Sie mithilfe des oben abgebildeten Graphen der Funktion h, warum im Zeitintervall]0; 10[gilt: $h'(t) > 0$ (R)

Aufgabe 4

Gibt man 500 g Farbpulver in einen Krug mit Wasser, dann sind nach einer Minute 70 g dieses Pulvers aufgelöst.

Die aufgelöste Menge an Farbpulver wird durch die Funktion p mit $p(t) = 500 - 500 \cdot e^{k \cdot t}$ in Abhängigkeit von der Zeit t modelliert (t in min, $p(t)$ in g).

Aufgabenstellung:

– Ermitteln Sie den Wert von k.

Leitfrage:

Die Funktion p erfüllt die Differenzengleichung $p(t + 1) - p(t) = a \cdot (500 - p(t))$ mit $a \in \mathbb{R}$.

– Berechnen Sie den Wert von a und deuten Sie diesen im gegebenen Kontext.

Aufgabe 5

Eine Polynomfunktion f vierten Grades hat die Gleichung $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ mit $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ und $a > 0$.

Aufgabenstellung:

– Begründen Sie, warum f höchstens 3 Extremstellen haben kann.

Leitfrage:

Es gilt: $g(x) = p \cdot x^4 + q \cdot x^2 + r$ mit $p, q, r \in \mathbb{R}$ und $p > 0$.

– Geben Sie jede Anzahl an lokalen Extremstellen an, die g haben kann.
– Zeigen Sie rechnerisch, wie das Vorzeichen von q die Anzahl an Extremstellen beeinflusst, und skizzieren Sie für jeden dieser Fälle einen typischen Verlauf des Graphen.

Bonusaufgabe 6 (nur AHS, BHS Cluster W1 & W2)

a) Die Produktionskosten eines Unternehmens lassen sich näherungsweise durch die folgende Kostenfunktion K beschreiben:

$K(x) = 0{,}001 \cdot x^3 - 0{,}115 \cdot x^2 + 5{,}2 \cdot x + 50$

x ... Produktionsmenge in Mengeneinheiten (ME)
$K(x)$ ... Kosten bei der Produktionsmenge x in Geldeinheiten (GE)

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate von K, wenn die Produktion von 20 ME auf 25 ME erhöht wird.
– Berechnen Sie die Grenzkosten bei einer Produktion von 20 ME.
– Interpretieren Sie diesen Grenzkostenwert im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Um für eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion K mit $K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ das Betriebsoptimum zu ermitteln, wurde folgende Rechnung angesetzt:

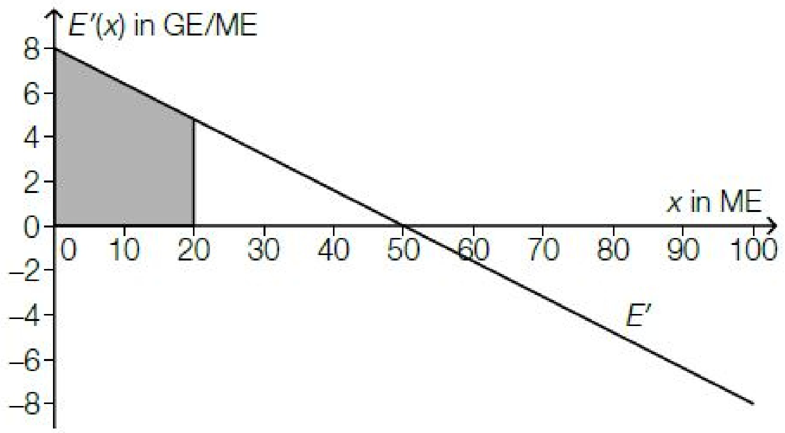
$$\frac{K(x)}{x} = a \cdot x^2 + b \cdot x + c + \frac{d}{x}$$

$$\left(\frac{K(x)}{x}\right)' = 2 \cdot a \cdot x + b + \frac{d}{x}$$

Dabei ist die Berechnung der Ableitungsfunktion fehlerhaft.

– Stellen Sie die Berechnung der Ableitungsfunktion richtig.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer linearen Grenzerlösfunktion E' dargestellt.



– Stellen Sie eine Gleichung von E' auf.
– Berechnen Sie den Inhalt der markierten Fläche.
– Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit den Inhalt der markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.
– Interpretieren Sie die Bedeutung der Nullstelle von E' in Bezug auf die zugehörige Erlösfunktion E im gegebenen Sachzusammenhang.