MATHAGO

MATHEMATIK MATURA

CORONA KURS

TEIL 8 VON 15

DIFFERENTIALRECHNUNG UND UMKEHRAUFGABEN

Beziehungen zwischen Funktion, Ableitungs- und Stammfunktion*

Aufgabennummer: 1_629	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 3.1

Es sei f eine Polynomfunktion dritten Grades, f' ihre Ableitungsfunktion und F eine der Stammfunktionen von f.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die zweite Ableitungsfunktion der Funktion ___①___ ist die Funktion ___②___.

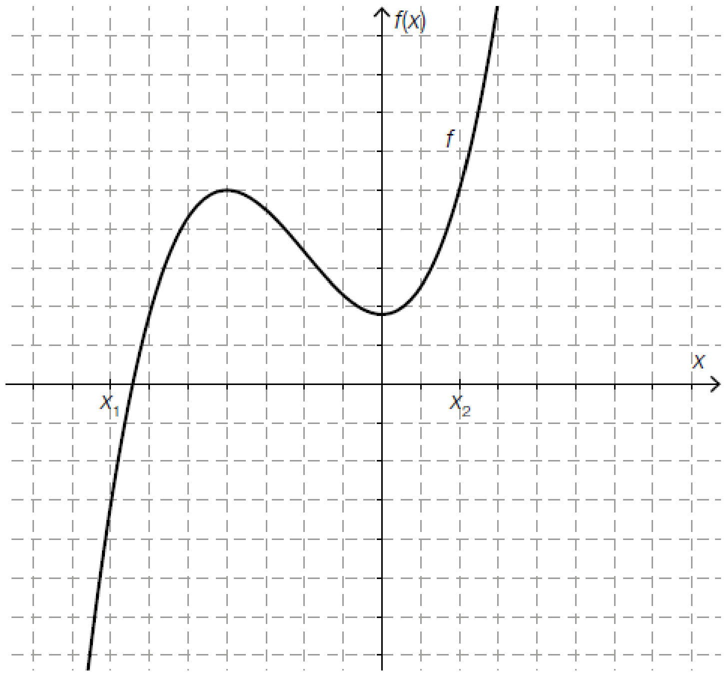
①	
f	☐
f'	☐
F	☐

②	
f	☐
f'	☐
F	☐

Grafisch differenzieren*

Aufgabennummer: 1_549	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AN 3.2

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades f.



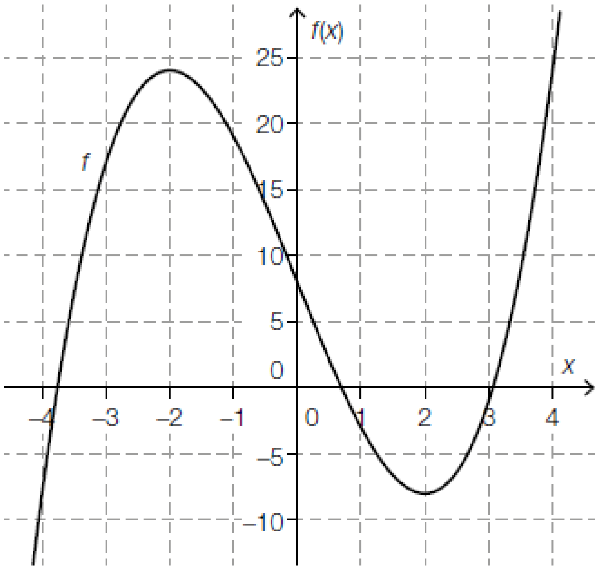
Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie in der gegebenen Grafik den Graphen der Ableitungsfunktion f' im Intervall $[x_1; x_2]$ und markieren Sie gegebenenfalls die Nullstellen!

Eigenschaften einer Polynomfunktion dritten Grades*

Aufgabennummer: 1_677	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades f. Die Stellen $x = -2$ und $x = 2$ sind Extremstellen von f.



Aufgabenstellung:

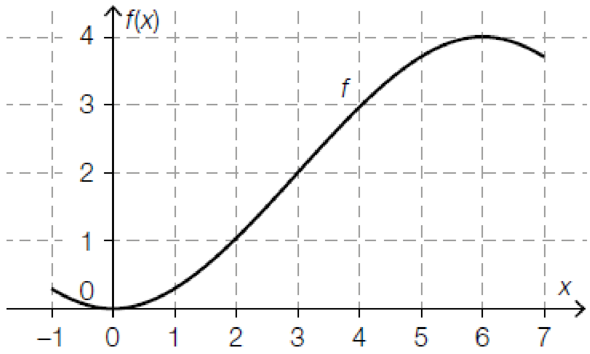
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$f'(0) = 0$	☐
$f''(1) > 0$	☐
$f'(-3) < 0$	☐
$f'(2) = 0$	☐
$f''(-2) > 0$	☐

Polynomfunktion*

Aufgabennummer: 1_702	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vom Grad 3 im Intervall $[-1; 7]$ dargestellt. Alle lokalen Extremstellen sowie die Wendestelle von f im Intervall $[-1; 7]$ sind ganzzahlig und können aus der Abbildung abgelesen werden.



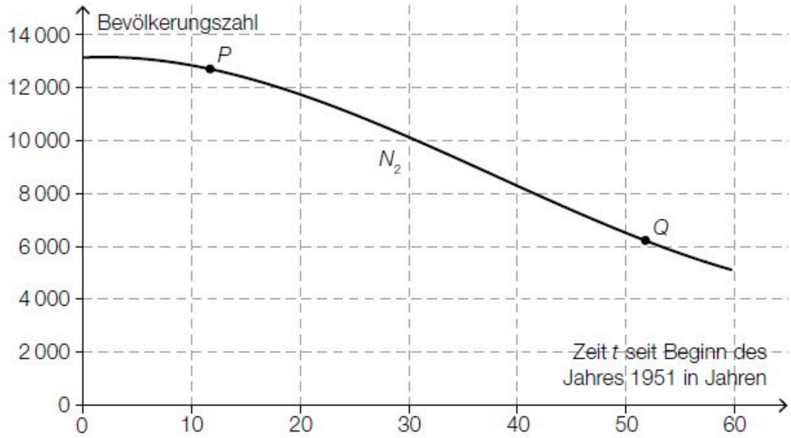
Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden auf die Funktion f zutreffenden Aussagen an!

$f''(3) = 0$	☐
$f'(1) > f'(3)$	☐
$f''(1) = f''(5)$	☐
$f''(1) > f''(4)$	☐
$f'(3) = 0$	☐

Bevoellkerungsentwicklung * (A_218)

b) Im nachstehenden Diagramm wird die Entwicklung der Bevölkerungszahl von Eisenerz im Zeitraum von 1951 bis 2011 näherungsweise durch den Graphen der Polynomfunktion N_2 dargestellt.



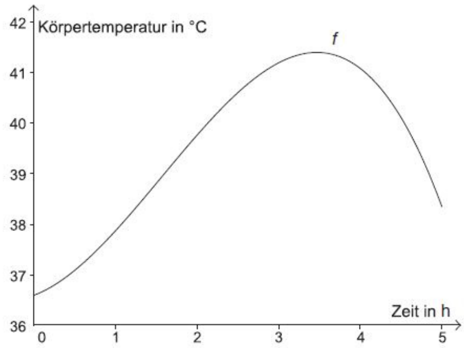
– Ordnen Sie den Punkten *P* und *Q* jeweils die an der entsprechenden Stelle zutreffende Aussage aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

P	
Q	

A	$N_2'(t) > 0$ und $N_2''(t) > 0$
B	$N_2'(t) < 0$ und $N_2''(t) > 0$
C	$N_2'(t) < 0$ und $N_2''(t) < 0$
D	$N_2'(t) > 0$ und $N_2''(t) < 0$

Ganzkoerperhyperthermie * (A_158)

Bei einem Therapieverfahren wird die Körpertemperatur bewusst stark erhöht (künstliches Fieber). Die nebenstehende Grafik dokumentiert näherungsweise den Verlauf des künstlichen Fiebers bei einer solchen Behandlung.



Die Funktion f beschreibt den Zusammenhang zwischen Zeit und Körpertemperatur:

$f(t) = -0{,}18 \cdot t^3 + 0{,}85 \cdot t^2 + 0{,}6 \cdot t + 36{,}6$

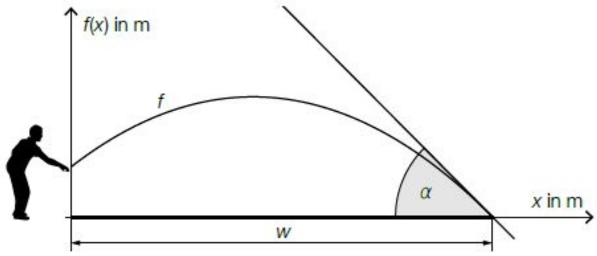
t ... Zeit in Stunden (h) mit $0 \leq t \leq 5$
$f(t)$ ... Körpertemperatur zur Zeit t in °C

b) – Dokumentieren Sie, wie die maximale Körpertemperatur im angegebenen Zeitintervall mithilfe der Differenzialrechnung berechnet werden kann.
– Begründen Sie, warum der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben kann.

c) – Berechnen Sie den Zeitpunkt der maximalen Temperaturzunahme.

Boule* (B_444)

a) Peter wirft eine Kugel. Die Flugbahn dieser Kugel kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



$f(x) = -0{,}0959 \cdot x^2 + 0{,}767 \cdot x + 1{,}1$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

1) Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl 1,1 in der obigen Funktionsgleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

2) Berechnen Sie die Wurfweite w.

Peter möchte, dass der Aufprallwinkel α der Kugel im Intervall [42°; 44°] liegt.

3) Überprüfen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, ob der Aufprallwinkel α in diesem Intervall liegt.

Baumkronenpfad * (A_230)

c) Auf dem Schild zum Baumkronenpfad ist zu lesen: „Die maximale Höhe über dem Grund beträgt 10 Meter." Diese maximale Höhe wird in einer horizontalen Entfernung von 90 m vom Startpunkt erreicht.

In 40 m horizontaler Entfernung vom Startpunkt beträgt die Höhe 8 m.
Die horizontale Entfernung zwischen Startpunkt und Endpunkt beträgt 160 m.
Im Anfangspunkt und im Endpunkt ist die Höhe 0 m.

Die Höhe über dem Grund abhängig von der horizontalen Entfernung vom Startpunkt soll näherungsweise mithilfe einer Polynomfunktion 4. Grades h mit
$h(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ beschrieben werden.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem die Koeffizienten dieser Funktion berechnet werden können.

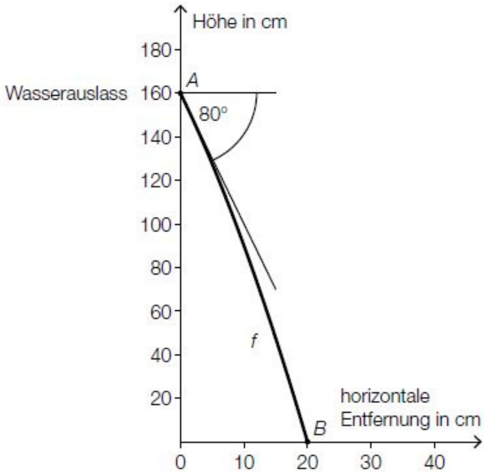
Skatepark (2) * (A_246)

d) Im Skatepark steht Trinkwasser zur Verfügung. An einer Wand ist ein Wasserauslass montiert, aus dem unter einem Tiefenwinkel von 80° ein Wasserstrahl austritt. Der Verlauf des Wasserstrahls kann näherungsweise durch den Graphen einer Funktion f dargestellt werden:

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... horizontale Entfernung von der Wand in Zentimetern (cm)
$f(x)$ ... Höhe an der Stelle x in cm

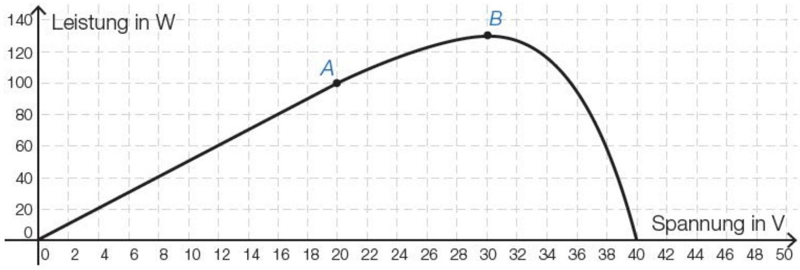
Der Graph der Funktion f ist im nachstehenden Diagramm dargestellt.



– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten a, b und c der Funktion f ermittelt werden können. Verwenden Sie dabei die Punkte A und B sowie den angegebenen Winkel.

Solarzelle (B_262)

a) In der nachstehenden Grafik ist die Leistungskurve einer Solarzelle dargestellt:



Der Verlauf der Leistungskurve wird im Intervall [0; 20] durch eine lineare Funktion und im Intervall [20; 40] durch eine Polynomfunktion 4. Grades f mit
$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ beschrieben. Im Punkt A stimmt die Steigung der beiden Funktionen überein. Im Punkt B nimmt der Funktionsgraph der Polynomfunktion 4. Grades einen Hochpunkt an. Die maximale Leistung der Solarzelle beträgt an dieser Stelle 130 W.

– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Polynomfunktion berechnet werden können.