



MATHAGO

MATHEMATIK MATURA

CORONA KURS

TEIL 6 VON 15

WACHSTUM & ZERFALL &
FOLGEN & REIHEN

Bevoellkerungsentwicklung * (A_218)

- c) In der nachstehenden Tabelle sind die Bevölkerungszahlen von Eisenerz für den Beginn des Jahres 1981 und den Beginn des Jahres 2014 angegeben:

Beginn des Jahres ...	1981	2014
Bevölkerungszahl	10068	4524

Die Entwicklung der Bevölkerungszahl soll näherungsweise durch eine Exponentialfunktion N_s beschrieben werden.

- Erstellen Sie eine Gleichung derjenigen Exponentialfunktion N_s , die die Bevölkerungszahl in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren seit Beginn des Jahres 1981 beschreibt.
- Ermitteln Sie mithilfe der Funktion N_s , welche Bevölkerungszahl für den Beginn des Jahres 2030 zu erwarten ist.

Wachstum von Waldbestaenden * (A_194)

- a) Bauer Waldner weiß, dass sich der Holzbestand seines Waldes um ca. 2,7 % pro Jahr bezogen auf das jeweilige Vorjahr vermehrt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt der Holzbestand 36000 m³.
- Stellen Sie eine Funktionsgleichung für diejenige Funktion f auf, die den Holzbestand in Abhängigkeit von der Zeit in Jahren angibt.
 - Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f im Zeitintervall $[0; 50]$.

Vitamin C* (A_281)

- a) Der Vitamin-C-Gehalt eines Apfels nimmt nach der Ernte exponentiell ab. Alle 4 Wochen nimmt der Vitamin-C-Gehalt um 20 % bezogen auf den Wert zu Beginn dieser 4 Wochen ab.

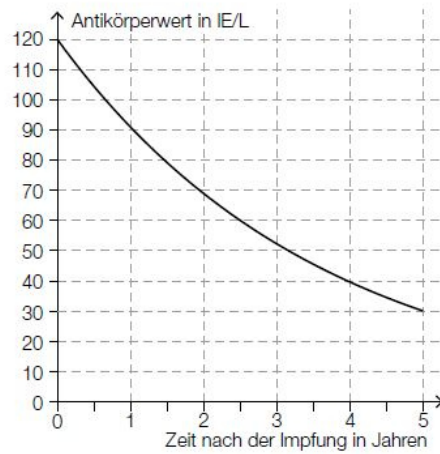
Ein bestimmter Apfel hat bei der Ernte einen Vitamin-C-Gehalt von 18 mg.

Der Vitamin-C-Gehalt dieses Apfels in Milligramm soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Wochen beschrieben werden.

- 1) Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Funktion. Wählen Sie $t = 0$ für den Zeitpunkt der Ernte.
- 2) Berechnen Sie den Vitamin-C-Gehalt dieses Apfels 36 Wochen nach der Ernte.

Impfen und Auffrischen * (A_269)

- b) Die nachstehende Abbildung zeigt näherungsweise den zeitlichen Verlauf des Antikörperwerts von Bernhard nach einer Impfung.



- 1) Lesen Sie die Halbwertszeit $T_{1/2}$ ab.

$T_{1/2} =$ _____ Jahre

Bei Sandra beträgt der Antikörperwert unmittelbar nach der Impfung 80 IE/L. Ihr Antikörperwert sinkt exponentiell mit derselben Halbwertszeit wie jener von Bernhard.

- 2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den zeitlichen Verlauf von Sandras Antikörperwert im Zeitintervall $[0; 5]$ ein.

Dicke einer Bleischicht*

Aufgabennummer: 1_576

Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: FA 5.5

Die Intensität elektromagnetischer Strahlung nimmt bei Durchdringung eines Körpers exponentiell ab.

Die Halbwertsdicke eines Materials ist diejenige Dicke, nach deren Durchdringung die Intensität der Strahlung auf die Hälfte gesunken ist. Die Halbwertsdicke von Blei liegt für die beobachtete Strahlung bei 0,4 cm.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie diejenige Dicke d , die eine Bleischicht haben muss, damit die Intensität auf 12,5 % der ursprünglichen Intensität gesunken ist!

$d =$ _____ cm

Halbwertszeit*

Aufgabennummer: 1_649

Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: FA 5.5

Die Masse $m(t)$ einer radioaktiven Substanz kann durch eine Exponentialfunktion m in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

Zu Beginn einer Messung sind 100 mg der Substanz vorhanden, nach vier Stunden misst man noch 75 mg dieser Substanz.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Halbwertszeit t_H dieser radioaktiven Substanz in Stunden!

Verdoppelungszeit_von_Bakterien (A_234)

b) Eine Menge von 100 *Lactobacillus-acidophilus*-Bakterien vermehrte sich innerhalb von 6 Stunden auf eine Anzahl von 3533 Bakterien.

– Ermitteln Sie aus dieser Angabe die genaue Verdoppelungszeit in Minuten.

Medikamentenabbau * (A_278)

Eine Ärztin verschreibt einem Patienten zur Behandlung seines Bluthochdrucks ein Medikament mit einer Wirkstoffmenge von 240 mg pro Tablette, welches im Körper exponentiell mit einer Halbwertszeit von 3 Stunden abgebaut wird. Man nimmt an, dass der Wirkstoff nach Einnahme einer Tablette sofort in das Blut übergeht.

- c) Ein anderer Patient nimmt einmalig nur um 7 Uhr Früh 2 Tabletten ein. Das Medikament wirkt bei einer Mindestmenge von 50 mg, darunter ist seine Wirkung vernachlässigbar.

1) Bestimmen Sie, wie lange das Medikament wirkt.

Kfz-Bestand

- d) In einem logistischen Modell wird die zeitliche Entwicklung des Kfz-Bestands durch die Funktion K_L beschrieben:

$$K_L(t) = \frac{22,5}{3 + 2 \cdot e^{-0,06264 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für das Ende des Jahres 1992

$K_L(t)$... Kfz-Bestand zur Zeit t in Millionen

- 1) Argumentieren Sie mathematisch, dass sich der Kfz-Bestand gemäß diesem Modell langfristig dem Wert 7,5 Millionen annähert. [1 Punkt]

Nikotin*

Aufgabennummer: 1_335

Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: AN 1.4

Die Nikotinmenge x (in mg) im Blut eines bestimmten Rauchers kann modellhaft durch die Differenzengleichung $x_{n+1} = 0,98 \cdot x_n + 0,03$ (n in Tagen) beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, wie viel Milligramm Nikotin täglich zugeführt werden und wie viel Prozent der im Körper vorhandenen Nikotinmenge täglich abgebaut werden!

_____ mg

_____ %

Kredittilgung*

Aufgabennummer: 1_628

Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: AN 1.4

Jemand hat bei einer Bank einen Wohnbaukredit zur Finanzierung einer Eigentumswohnung aufgenommen. Am Ende eines jeden Monats erhöht sich der Schuldenstand aufgrund der Kreditzinsen um 0,4 % und anschließend wird die monatliche Rate von € 450 zurückgezahlt.

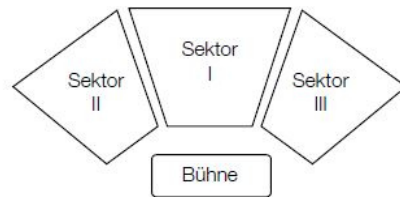
Der Schuldenstand am Ende von t Monaten wird durch $S(t)$ beschrieben.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Differenzengleichung an, mit deren Hilfe man bei Kenntnis des Schuldenstands am Ende eines Monats den Schuldenstand am Ende des darauffolgenden Monats berechnen kann!

Sitzreihen * (B_436)

Eine Schule plant eine Theateraufführung im Turnsaal. Der Schulwart hat die Idee, die Zuschauerstühle wie folgt um die Bühne aufzubauen (siehe nachstehende Abbildung).



- a) Im Sektor I stehen in der ersten Sitzreihe 8 Stühle. In jeder folgenden Sitzreihe erhöht sich die Anzahl der Stühle jeweils um 3.

- Begründen Sie mathematisch, warum die Anzahlen der Stühle in den jeweiligen Sitzreihen eine arithmetische Folge a_n bilden.
- Stellen Sie ein rekursives Bildungsgesetz für a_n auf.

- b) Im Sektor II stehen in der ersten Sitzreihe 5 Stühle, in jeder folgenden Sitzreihe erhöht sich die Anzahl der Stühle jeweils um 1.

- Stellen Sie ein explizites Bildungsgesetz auf, mit dem man die Anzahl der Stühle in der n -ten Sitzreihe berechnen kann.

Die Gesamtanzahl der Stühle in den ersten n Sitzreihen des Sektors II ist $\frac{(9+n) \cdot n}{2}$.

- Berechnen Sie, aus wie vielen Sitzreihen der Sektor II besteht, wenn 126 Stühle für diesen Sektor verwendet werden.

- c) Für den Sektor III ist eine Sitzordnung vorgesehen, bei der die Anzahl der Stühle in der n -ten Sitzreihe durch folgendes explizites Bildungsgesetz beschrieben wird:

$$a_n = 5 + (n - 1) \cdot 4$$

- Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahlen 5 und 4 im gegebenen Sachzusammenhang.
- Berechnen Sie, wie viele Stühle in der 7. Sitzreihe stehen.