



MATHAGO

MATHEMATIK MATURA

CORONA KURS

TEIL 4 VON 15

GLEICHUNGSSYSTEME &
LINEARE OPTIMIERUNG

Altenpflege * (A_262)

- a) Katharina und Georg arbeiten als Pflegekräfte in einem Heim. Sie bekommen das gleiche monatliche Grundgehalt. Im Februar lag in diesem Heim ein besonderer Arbeitsbedarf vor. Georg leistete 14 Überstunden, Katharina leistete 46 Überstunden. Ihr jeweiliges Gesamtentgelt setzt sich aus dem Grundgehalt und der Abgeltung für die geleisteten Überstunden zusammen. Jede Überstunde wird dabei gleich abgegolten.

Das Gesamtentgelt von Georg betrug im Februar € 2.617, jenes von Katharina betrug € 3.433.

– Ermitteln Sie das Grundgehalt und die Abgeltung für eine Überstunde.

Studentenfutter * (B_203)

- a) Die Mitarbeiter/innen der Übungsfirma stellen eine Studentenfutter-Mischung aus Rosinen, Mandeln und Walnüssen her. Insgesamt werden 80 kg dieser Mischung hergestellt. Der Einkaufspreis für 1 kg Rosinen beträgt € 6, für 1 kg Mandeln € 12 und für 1 kg Walnüsse € 14. Das Mischungsverhältnis soll so sein, dass der Massenanteil von Rosinen und Mandeln gleich ist.
- Berechnen Sie, wie viele Kilogramm Rosinen, Mandeln und Walnüsse gekauft werden müssen, wenn 1 Kilogramm der Mischung in der Herstellung € 10 kosten soll.

Anzahl der Personen in einem Autobus*

Aufgabennummer: 1_590

Aufgabentyp: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)

Grundkompetenz: AG 2.1

Die Variable F bezeichnet die Anzahl der weiblichen Passagiere in einem Autobus, M bezeichnet die Anzahl der männlichen Passagiere in diesem Autobus. Zusammen mit dem Lenker (männlich) sind doppelt so viele Männer wie Frauen in diesem Autobus. (Der Lenker wird nicht bei den Passagieren mitgezählt.)

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige Gleichung an, die den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Frauen und der Anzahl der Männer in diesem Autobus richtig beschreibt!

$2 \cdot (M + 1) = F$	<input type="checkbox"/>
$M + 1 = 2 \cdot F$	<input type="checkbox"/>
$F = 2 \cdot M + 1$	<input type="checkbox"/>
$F + 1 = 2 \cdot M$	<input type="checkbox"/>
$M - 1 = 2 \cdot F$	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot F = M$	<input type="checkbox"/>

Projektwoche

Aufgabennummer: 1_568

Aufgabentyp: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Grundkompetenz: AG 2.5

An einer Projektwoche nehmen insgesamt 25 Schüler/innen teil. Die Anzahl der Mädchen wird mit x bezeichnet, die Anzahl der Burschen mit y . Die Mädchen werden in 3-Bett-Zimmern untergebracht, die Burschen in 4-Bett-Zimmern, insgesamt stehen 7 Zimmer zur Verfügung. Die Betten aller 7 Zimmer werden belegt, es bleiben keine leeren Betten übrig.

Aufgabenstellung:

Mithilfe eines Gleichungssystems aus zwei der nachstehenden Gleichungen kann die Anzahl der Mädchen und die Anzahl der Burschen berechnet werden.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$x + y = 7$	<input type="checkbox"/>
$x + y = 25$	<input type="checkbox"/>
$3 \cdot x + 4 \cdot y = 7$	<input type="checkbox"/>
$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 7$	<input type="checkbox"/>
$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 25$	<input type="checkbox"/>

Gleichungssystem*

Aufgabennummer: 1_664

Aufgabentyp: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: AG 2.5

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen $x, y \in \mathbb{R}$.

I: $a \cdot x + y = -2$ mit $a \in \mathbb{R}$

II: $3 \cdot x + b \cdot y = 6$ mit $b \in \mathbb{R}$

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Koeffizienten a und b so, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

$a =$ _____

$b =$ _____

Alkoholfreie Cocktails* (B_454)

- a) Für einen Cocktail *Yellow Fun* benötigt man 2 Centiliter (cl) Mangosaft, 8 cl Maracujasaft, 2 cl Zitronensaft und 8 cl Pfirsichsaft.

Für einen Cocktail *Exotic Punch* benötigt man 4 cl Mangosaft, 4 cl Maracujasaft, 4 cl Ananassaft, 4 cl Grapefruitsaft und 4 cl Orangensaft.

Es sollen x Cocktails *Yellow Fun* und y Cocktails *Exotic Punch* hergestellt werden.

Insgesamt stehen maximal 2 L Mangosaft und maximal 2 L Maracujasaft zur Verfügung.

- 1) Ordnen Sie den beiden Einschränkungen jeweils die passende Ungleichung aus A bis D zu. [2 zu 4]

Einschränkung bezüglich Mangosaft	
Einschränkung bezüglich Maracujasaft	

A	$x + 2 \cdot y \leq 100$
B	$2 \cdot x + y \leq 100$
C	$y \leq -2 \cdot x + 50$
D	$x + 4 \cdot y \leq 200$

Man rechnet damit, dass mindestens doppelt so viele Cocktails *Yellow Fun* wie *Exotic Punch* benötigt werden.

- 2) Erstellen Sie eine Ungleichung, die diese Bedingung für die beiden Cocktails beschreibt.
-

Biogas (B_174)

Biogas ist ein alternativer Energieträger. Es kann unter anderem aus Mais- oder Zuckerrüben gewonnen werden. Der Hauptbestandteil von Biogas ist Methan.

x ... Ackerfläche in Hektar (ha), auf der Mais angebaut wird
 y ... Ackerfläche in Hektar (ha), auf der Zuckerrüben angebaut werden

- a) Eine Landwirtin hat insgesamt höchstens 40 Hektar (ha) Anbaufläche zur Verfügung. Sie will auf einer Ackerfläche von mindestens 5 ha Mais und auf einer Ackerfläche von mindestens 10 ha Zuckerrüben anbauen. Außerdem möchte sie einen Ertrag von mindestens 480 000 m³ Biogas erzielen. Sie möchte die Kosten für die Erzeugung von Methan möglichst gering halten. In der folgenden Tabelle sind die Kosten und Erträge aufgelistet:

	Produktionskosten für Methan in €/m ³	Methanertrag in m ³ /ha	Biogasertrag in m ³ /ha
Energiemais	0,2	6 400	11 000
Zuckerrüben	0,25	7 000	12 600

- Stellen Sie die notwendigen Ungleichungen und die Zielfunktion für eine lineare Optimierung auf.

Fruchtsäfte (B_400)

- b) Das folgende Ungleichungssystem beschreibt die Produktionseinschränkungen für x ME Apfelsaft und y ME Traubensaft:

$$x + 10 \cdot y \leq 200$$

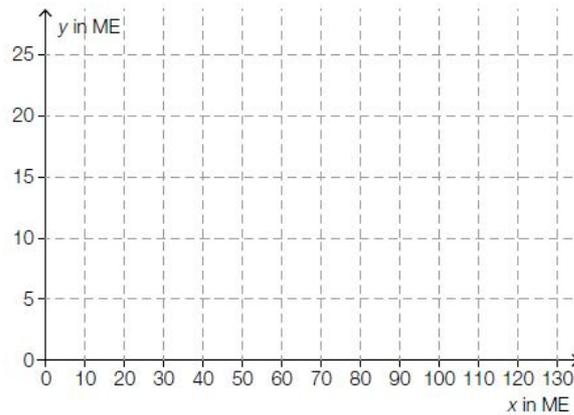
$$x + 5 \cdot y \leq 125$$

$$x \leq 100$$

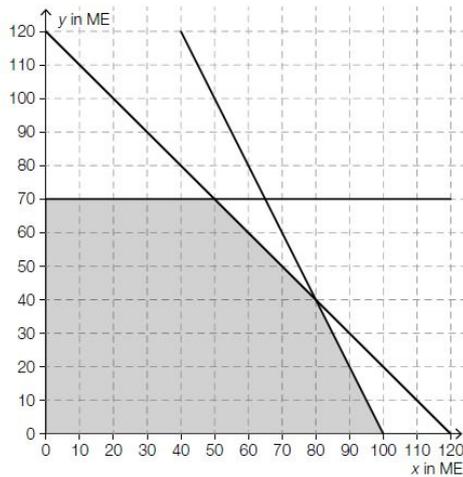
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

- Zeichnen Sie den Lösungsbereich dieses Ungleichungssystems in der nachstehenden Abbildung ein.



- c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die tägliche Produktion von x ME Apfelsaft und y ME Orangensaft dargestellt.



Der Gewinn beim Verkauf jeder Flasche Apfelsaft beträgt € 0,12. Der Gewinn beim Verkauf jeder Flasche Orangensaft beträgt € 0,20. Dabei gilt: 1 ME = 1 000 Flaschen.

- Stellen Sie eine Gleichung der Zielfunktion zur Beschreibung des Gewinns auf.
- Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in der obigen Abbildung ein.
- Ermitteln Sie den maximalen Gewinn pro Tag in €.

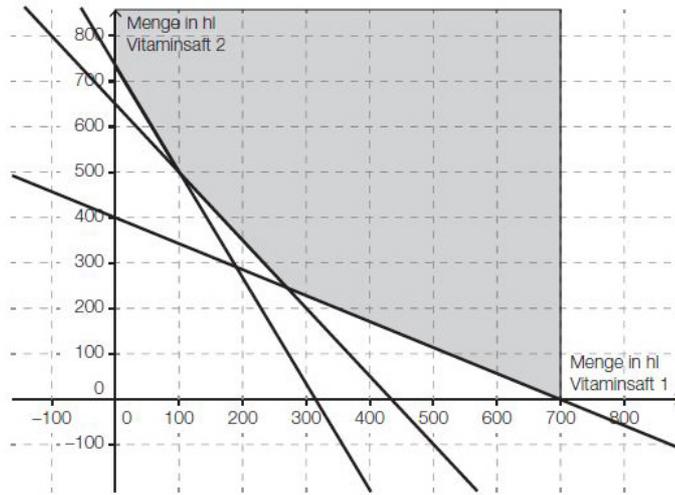
Aufgrund einer weiteren Produktionseinschränkung können pro Tag nur maximal 60 ME Apfelsaft hergestellt werden.

- Begründen Sie, warum sich der maximale Gewinn pro Tag dadurch nicht verändert.

Getraenkeproduktion (B_147)

- b) Das Unternehmen stellt aus 2 hochwertigen Vitamingetränken eine neue Mischung her, die bestimmte Mindestmengen von 3 Inhaltsstoffen enthalten muss. Die in der nachstehenden Grafik dargestellte Lösungsmenge erfüllt diese Bedingungen.

Der 1. Vitaminsaft kostet dem Unternehmen € 300 pro hl, der 2. Saft € 150 pro hl.



Die neue Mischung soll möglichst kostengünstig sein.

- Stellen Sie die Zielfunktion K für die Kosten auf.
- Zeichnen Sie die Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in die obige Grafik ein.
- Ermitteln Sie, für welche Mischung die Kosten minimal sind.
- Berechnen Sie die minimalen Kosten.