MATHAGO

MATHEMATIK MATURA

CORONA KURS

TEIL 3 VON 15

VEKTOREN & MATRIZEN

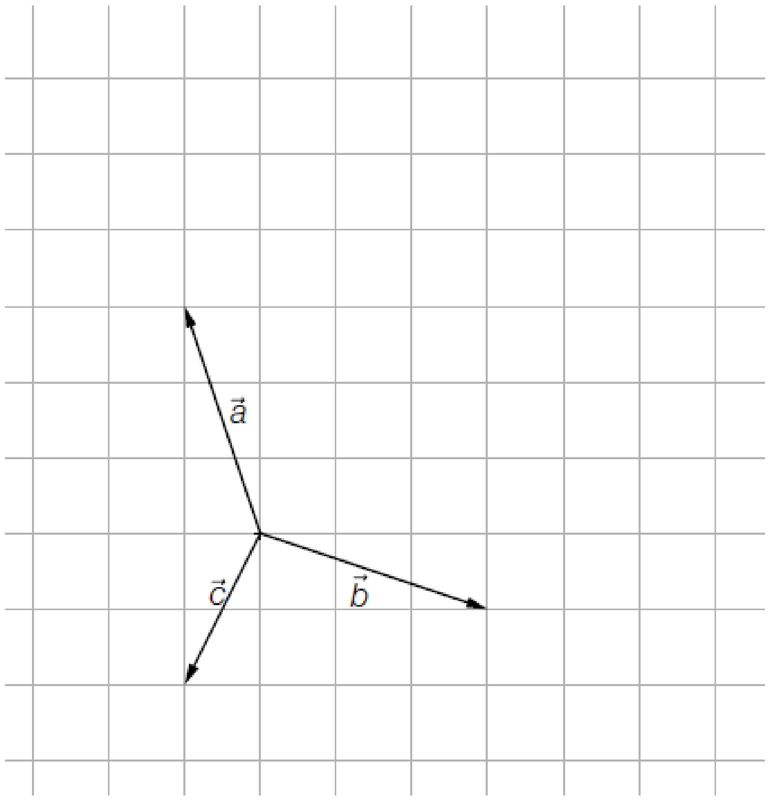
Vektoren*

Aufgabennummer: 1_443	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AG 3.3

In der unten stehenden Abbildung sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ als Pfeile dargestellt.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie den Vektor $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - 2 \cdot \vec{c}$ als Pfeil dar!



Orthogonale Vektoren*

Aufgabennummer: 1_593	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 3.3

Gegeben sind die nachstehend angeführten Vektoren:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$

$\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

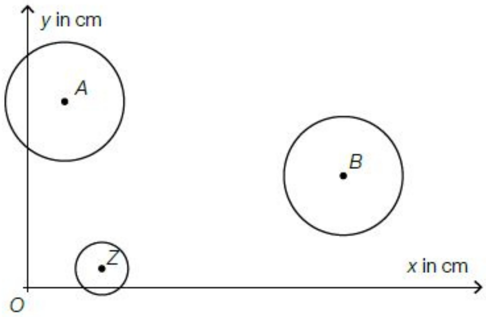
$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie x so, dass die Vektoren $\vec{c}$ und $\vec{d}$ aufeinander normal stehen!

Boule* (B_444)

b) Für eine genauere Analyse eines Boule-Spiels wird mithilfe einer Drohne ein Luftbild aufgenommen.



$A = (2|10)$ ... Auflagepunkt der ersten Kugel
$B = (17|6)$ ... Auflagepunkt der zweiten Kugel
$Z = (4|1)$ ... Auflagepunkt der Zielkugel

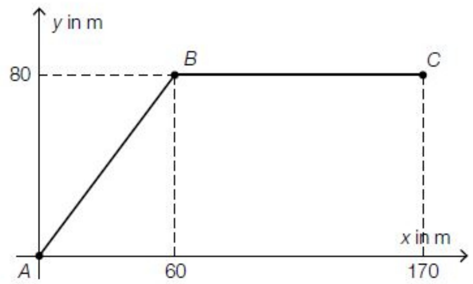
1) Berechnen Sie die Länge der Strecke BZ.

Während des Spiels bewegt sich die erste Kugel entlang der Strecke AB 3 cm in Richtung B.

2) Berechnen Sie die Koordinaten der neuen Position des Auflagepunkts der ersten Kugel.

Kraefte * (B_406)

a) Durch eine Kraft $\vec{F}_{\text{Zug}} = \begin{pmatrix} 260 \\ 140 \end{pmatrix}$ Newton (N) wird eine Last von A nach B und danach von B nach C gezogen (siehe nachstehende Skizze).



– Berechnen Sie die durch die Kraft $\vec{F}_{\text{Zug}}$ an der Last verrichtete Arbeit.

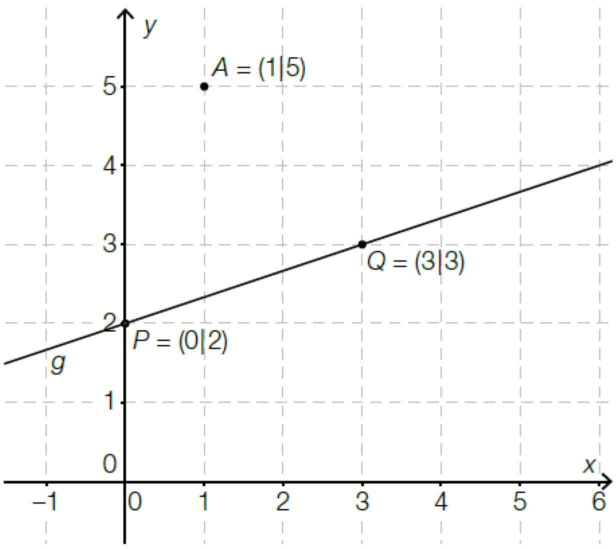
b) Drei Kräfte $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 800 \\ 200 \\ 700 \end{pmatrix}$ N, $\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} -100 \\ 700 \\ -400 \end{pmatrix}$ N und $\vec{F}_3$ greifen an einem Körper in einem Punkt an und halten einander das Gleichgewicht, d. h.: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

– Berechnen Sie $\vec{F}_3$.
– Berechnen Sie den Betrag von $\vec{F}_3$.
– Ermitteln Sie denjenigen Winkel, den $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ einschließen.

Gleichung einer Geraden*

Aufgabennummer: 1_465	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 3.4

In der nachstehenden Abbildung sind eine Gerade *g* durch die Punkte *P* und *Q* sowie der Punkt *A* dargestellt.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden *h*, die durch *A* verläuft und normal zu *g* ist!

Parallele Gerade*

Aufgabennummer: 1_537	Aufgabentyp: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: AG 3.4

Gegeben ist die Gerade $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Die Gerade h verläuft parallel zu g durch den Koordinatenursprung.

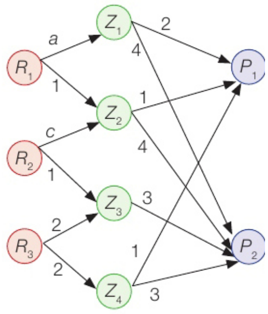
Aufgabenstellung:

Geben Sie die Gleichung der Geraden h in der Form $a \cdot x + b \cdot y = c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ an!

h: ____

Kosten und Gewinn (B_164)

Ein Betrieb stellt aus den Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 die Zwischenprodukte Z_1, Z_2, Z_3 und Z_4 und aus diesen die Endprodukte P_1 und P_2 her.
Die Materialverflechtung in ME wird durch den nebenstehenden Gozinto-Graphen dargestellt.



b) Für $a = 2$ und $c = 1$ beschreibt die folgende Matrix den Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung der Endprodukte:

$$\begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 1 & 7 \\ 2 & 12 \end{pmatrix}$$

Der Vektor $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix}$ beschreibt die Nachfrage nach den Endprodukten.

Der Materialbestand im Lager beträgt 1 460 ME von R_1, 660 ME von R_2 und 1 160 ME von R_3.

– Erstellen Sie eine Matrix-Gleichung zur Berechnung derjenigen Nachfrage, die bei diesem Lagerbestand höchstens erfüllt werden kann.

– Berechnen Sie diese Nachfrage.

Elektronische Geraete (B_367)

Für die Herstellung eines bestimmten elektronischen Geräts benötigt man die Bausteine B_1, B_2 und B_3. Daraus werden eine Platine Z als Zwischenprodukt und 2 Geräte E_1 und E_2 als Endprodukte hergestellt. Zusätzlich erfüllt das Unternehmen die direkte Nachfrage nach Bausteinen B_2 und B_3 sowie dem Zwischenprodukt Z.
Die Matrix $\boldsymbol{A}$ beschreibt die Produktionsverflechtung zwischen den Bausteinen, dem Zwischenprodukt und den Endprodukten. Der Produktionsvektor $\vec{x}$ beschreibt die benötigten Mengen an Bausteinen, Zwischenprodukten und Endprodukten. (Alle Angaben in Stück.)

$$\boldsymbol{A} = \begin{array}{c} \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ Z \\ E_1 \\ E_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} B_1 & B_2 & B_3 & Z & E_1 & E_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}; \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 32\,000 \\ 51\,000 \\ 23\,000 \\ 1\,600 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$$

a) – Erklären Sie, was die Zahlen in der 2. Zeile der Matrix $\boldsymbol{A}$ im gegebenen Sachzusammenhang bedeuten.

– Veranschaulichen Sie die in Matrix $\boldsymbol{A}$ beschriebene Produktionsverflechtung durch einen Gozinto-Graphen.

b) – Berechnen Sie, welche Mengen an Bausteinen, Zwischenprodukten und Endprodukten direkt nachgefragt werden.

Die direkte Nachfrage nach B_2 und jene nach Z ändern sich: Der Absatz von B_2 wird halbiert, jener von Z vervierfacht, die Matrix $\boldsymbol{A}$ bleibt gleich.

– Berechnen Sie den neuen Produktionsvektor $\vec{x}_2$.

– Beschreiben Sie die Veränderung der Produktionsmengen, die sich durch die geänderte Nachfrage ergibt.