| Name: | |
|---|---|
| Klasse: | |

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2019

# Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Kandidatinnen/Kandidaten**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

# Hinweise zur Kompensationsprüfung

Sehr geehrte Kandidatin, sehr geehrter Kandidat!

Die vorliegenden Unterlagen zur Kompensationsprüfung umfassen fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind.

Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: Bei der „Aufgabenstellung“ müssen Sie die jeweilige Grundkompetenz nachweisen und bei der Beantwortung der anschließenden „Leitfrage“ sollen Sie Ihre Kommunikationsfähigkeit unter Beweis stellen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

## Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist für jede Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und für jede Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

Für die Beurteilung der Prüfung ergibt sich folgendes Schema:

| Note | erreichte Punkte |
|---|---|
| „Genügend“ | 4 Grundkompetenzpunkte + 0 Leitfragenpunkte<br>3 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt |
| „Befriedigend“ | 5 Grundkompetenzpunkte + 0 Leitfragenpunkte<br>4 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt<br>3 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte |
| „Gut“ | 5 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt<br>4 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte<br>3 Grundkompetenzpunkte + 3 Leitfragenpunkte |
| „Sehr gut“ | 5 Grundkompetenzpunkte + 2 (oder mehr) Leitfragenpunkte<br>4 Grundkompetenzpunkte + 3 (oder mehr) Leitfragenpunkte |

Über die Gesamtbeurteilung entscheidet die Prüfungskommission; jedenfalls werden sowohl die im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit dafür herangezogen.

Viel Erfolg!

# Aufgabe 1

## Busreise

Für eine Busreise stehen 55 Plätze zur Verfügung.
Die Fixkosten, die das Reisebüro unabhängig von den teilnehmenden Personen hat, betragen $K$ Euro.
Für jeden gebuchten Platz erzielt das Reisebüro einen Gewinn von $g$ Euro.
Für jeden nicht gebuchten Platz macht das Reisebüro einen Verlust von $f$ Euro.

Aufgabenstellung:

– Geben Sie einen Term an, mit dem der Gewinn des Reisebüros für eine Busreise ermittelt werden kann, wenn $x$ Plätze gebucht werden.

Leitfrage:

– Ermitteln Sie den Parameter $g$ in Abhängigkeit von den Fixkosten $K$, wenn bei einer Teilnahme von 45 Personen der Gewinn 1.000 Euro beträgt und sich dieser bei einer Teilnahme von 50 Personen verdoppelt.

# Aufgabe 2

## Proportionalitäten

Direkte und indirekte Proportionalitäten können durch Funktionen beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

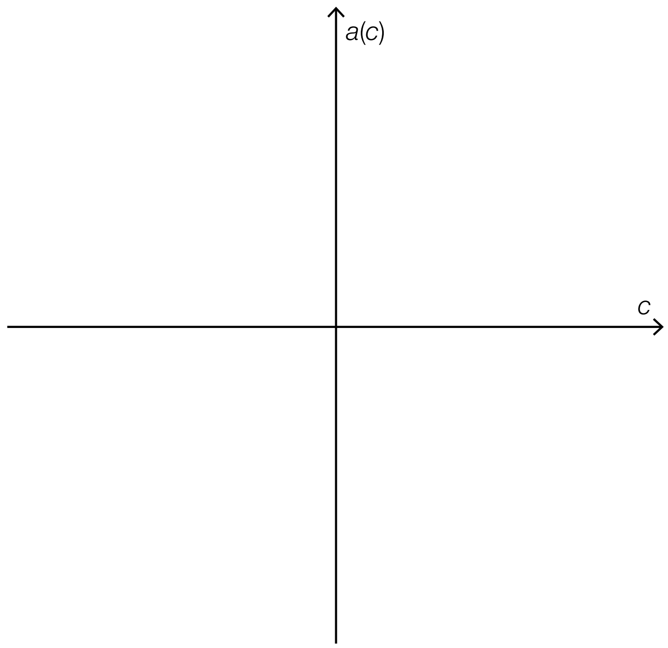
Der Graph einer Funktion $f$, die eine indirekte Proportionalität beschreibt, verläuft durch den Punkt $(4|3)$.

– Geben Sie eine Funktionsgleichung von $f$ an.

Leitfrage:

Gegeben ist die Funktion $a: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $a(c) = \frac{b \cdot c}{d \cdot e}$ und den Konstanten $b, d, e \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$.

– Skizzieren Sie einen möglichen Graphen von $a$ und erläutern Sie für den Fall $b > 0$, welche Auswirkungen die Vorzeichen von $d$ bzw. $e$ auf den Verlauf des Graphen der Funktion $a$ haben.



# Aufgabe 3

## Naturpark

Die Anzahl $N_t$ einer bestimmten Tierart in einem Naturpark wird jährlich ermittelt.

Zu Beginn der Erhebungen werden $N_0 = 180$ Tiere gezählt, ein Jahr später werden $N_1 = 207$ Tiere gezählt. Es wird angenommen, dass die maximale Anzahl der Tiere dieser Tierart im Naturpark eine Kapazitätsgrenze $K$ nicht übersteigen kann.

Aufgabenstellung:

Das Wachstum der Tierpopulation kann mithilfe der Differenzengleichung
$N_{t+1} = N_t + 0{,}0003 \cdot N_t \cdot (K - N_t)$ modelliert werden.

– Ermitteln Sie die Kapazitätsgrenze $K$ für diese Tierart.

Leitfrage:

Die Anzahl der Tiere kann auch durch eine Funktion $N$ in Abhängigkeit von der Zeit $t$ beschrieben werden.
Dabei gilt: $N(t) = \dfrac{K}{1 + \left(\dfrac{K}{N_0} - 1\right) \cdot e^{-\lambda \cdot K \cdot t}}$
$N(t)$ ... Anzahl der Tiere zum Zeitpunkt $t$ mit $t$ in Jahren
$N_0$ ... Anzahl der Tiere zum Zeitpunkt $t = 0$
$\lambda$ ... Wachstumskonstante ($\lambda \in \mathbb{R}^+$)

– Ermitteln Sie den Wert der Wachstumskonstante $\lambda$.
– Geben Sie (mithilfe der Funktionsgleichung von $N$) eine Gleichung an, mit der man berechnen kann, nach wie vielen Jahren die Anzahl der Tiere nur mehr 10 % unter der Kapazitätsgrenze liegt.

# Aufgabe 4

## Eigenschaften einer Polynomfunktion dritten Grades

Für eine Polynomfunktion $f$ dritten Grades mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ gelten die folgenden Bedingungen:

$f(-2) = 1$
$f'(-2) = 0$
$f''(-2) = 3$

Aufgabenstellung:

– Geben Sie an, welcher charakteristische Punkt (Hochpunkt, Tiefpunkt oder Wendepunkt) des Graphen von $f$ durch die angeführten Bedingungen festgelegt ist.
– Geben Sie weiters seine Koordinaten an und begründen Sie, warum genau eine weitere Stelle $x_1$ existieren muss, für die die Bedingung $f'(x_1) = 0$ gilt.

Leitfrage:

– Geben Sie eine Funktionsgleichung von $f$ an, wenn $d = 0$ ist, und begründen Sie, warum genau eine Stelle $x_2$ existiert, für die die Bedingung $f''(x_2) = 0$ gilt.

# Aufgabe 5

## Produktion von Hemden

Bei der Produktion von Hemden treten erfahrungsgemäß drei verschiedene Fehler $A$, $B$ und $C$ unabhängig voneinander auf.

Für die Wahrscheinlichkeiten des Auftretens dieser Fehler gilt:
$P(A) = a$
$P(B) = b$
$P(C) = c$

Aufgabenstellung:

Ein Hemd wird zufällig ausgewählt und überprüft.

– Berechnen Sie für $a = 5\ \%$, $b = 8\ \%$ und $c = 10\ \%$ die Wahrscheinlichkeit, dass das ausgewählte Hemd genau einen der drei Fehler aufweist, und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

Leitfrage:

– Geben Sie einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass von fünf zufällig ausgewählten Hemden keines den Fehler $A$ aufweist.
– Geben Sie an, welche Wahrscheinlichkeit im gegebenen Kontext durch den Term $a \cdot b \cdot (1 - c)$ beschrieben wird.