Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2019

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass sie der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung von durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheften bzw. von der Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik und von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgabe, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

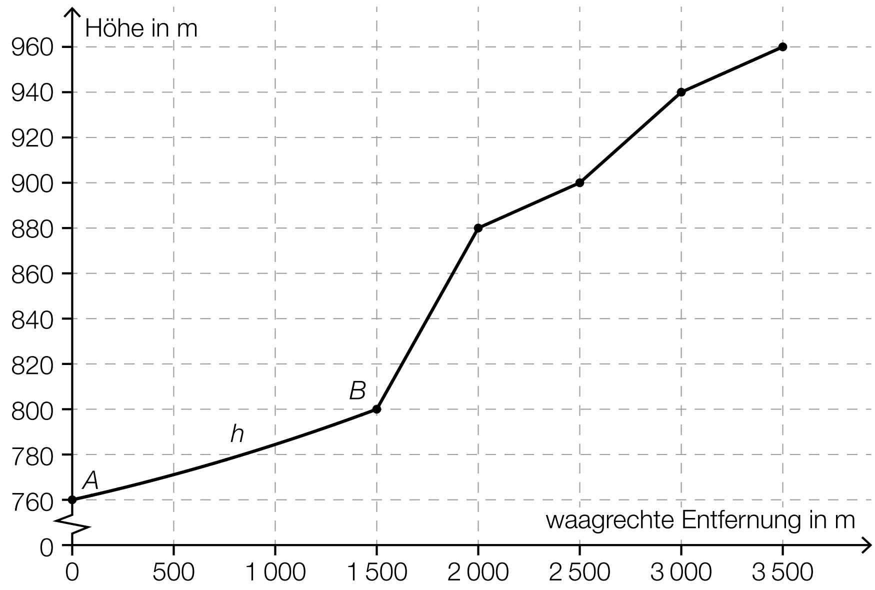
Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend" lauten.

1) In der nachstehenden Abbildung ist das Höhenprofil einer Radtour dargestellt.
Zwischen den Punkten A und B lässt sich das Höhenprofil näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion h darstellen. Ab dem Punkt B lässt sich das Höhenprofil näherungsweise durch Geradenstücke darstellen.



– Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung die Steigung des steilsten Geradenstücks in Prozent. (R)

Die Funktion h hat die Form:

$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... waagrechte Entfernung vom Startpunkt in m
$h(x)$ ... Höhe bei der Entfernung x in m

Der Graph von h verläuft durch die Punkte $A = (0|760)$ und $B = (1\,500|800)$ und hat im Punkt A eine Steigung von 0,02.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion h. (A)

Die Funktionsgleichung von h lautet:

$$h(x) = \frac{1}{225\,000} \cdot x^2 + \frac{1}{50} \cdot x + 760$$

– Berechnen Sie die Steigung der Funktion h an der Stelle $x = 1\,200$ m. (B)

– Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion h positiv gekrümmt ist. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(R): $\frac{880 - 800}{2\,000 - 1\,500} = 0{,}16$

Die Steigung beträgt 16 %.

(A): $h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$h(0) = 760$
$h'(0) = 0{,}02$
$h(1\,500) = 800$

oder:

$c = 760$
$b = 0{,}02$
$1\,500^2 \cdot a + 1\,500 \cdot b + c = 800$

(B): $h'(x) = \frac{1}{112\,500} \cdot x + \frac{1}{50}$

$h'(1\,200) = \frac{23}{750} = 0{,}030\dot{6}$

(R): $h''(x) = \frac{1}{112\,500} > 0$

Da die 2. Ableitung positiv ist, ist die Funktion positiv gekrümmt.

2) *Roulette* ist ein Spiel, bei dem eine Gewinnzahl mithilfe einer rollenden Kugel ermittelt wird. Dabei kann bei jedem Spiel auf eine der 37 Zahlen von 0 bis 36 gesetzt werden. Bei jedem Spiel fällt die Kugel mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf eine dieser Zahlen.

Bildquelle: Ralf Roletschek – own work, CC BY-SA 3.0, https://de.wikipedia.org/wiki/Roulette#/media/File:13-02-27-spielbank-wiesbaden-by-RalfR-093.jpg [06.03.2019].

Ein Spieler setzt 20-mal hintereinander auf die Zahl „26".

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel dabei mindestens 2-mal auf diese Zahl fällt. (B)

Auf einem Roulette-Tisch wird 500-mal hintereinander gespielt. Dabei ist die Kugel 20-mal auf die Zahl „13" gefallen.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob der Wert 20 dem Erwartungswert für die Häufigkeit des Auftretens dieser Zahl entspricht. (R)

Die Kugel bewegt sich zunächst auf einer Kreisbahn. Der Radius der Kreisbahn beträgt r Zentimeter. Die Kugel benötigt für einen Umlauf z Sekunden.

– Stellen Sie aus r und z eine Formel zur Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit v der Kugel in m/s auf. (A)

$v =$ ____

Beim Roulette kann auf die Farbe „Rot" gesetzt werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass man beim Setzen auf die Farbe „Rot" gewinnt, beträgt $\frac{18}{37}$.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$P(E) = \sum_{k=0}^{10} \binom{30}{k} \cdot \left(\frac{18}{37}\right)^k \cdot \left(\frac{19}{37}\right)^{30-k}$$ (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B): Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = \frac{1}{37}$

X ... Anzahl der Spiele, bei denen die Kugel auf die Zahl „26“ fällt

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 2) = 0{,}1007...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 10,1 %.

(R): $\mu = n \cdot p = 500 \cdot \frac{1}{37} = 13{,}5...$

Der Erwartungswert beträgt also nicht 20.

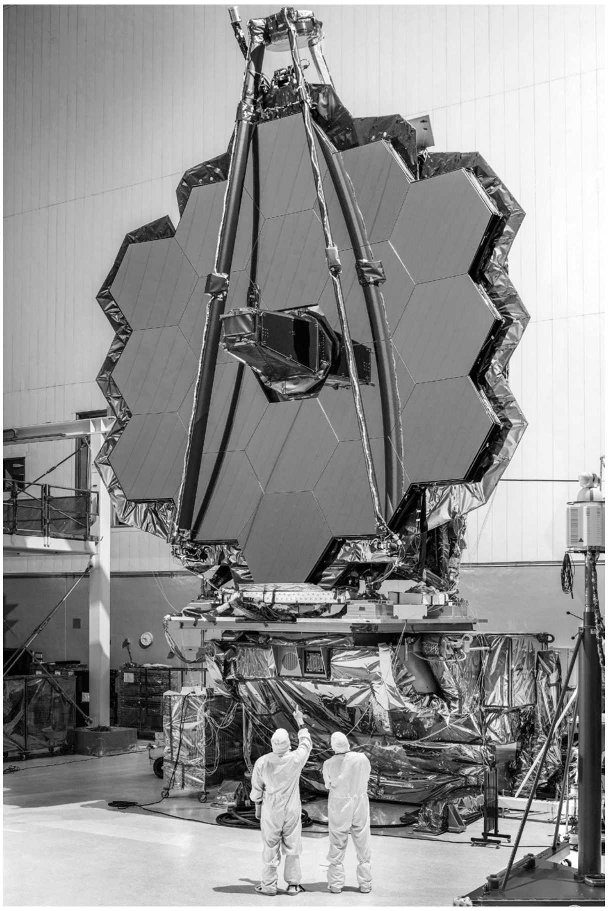
(A): $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{100}}{z}$

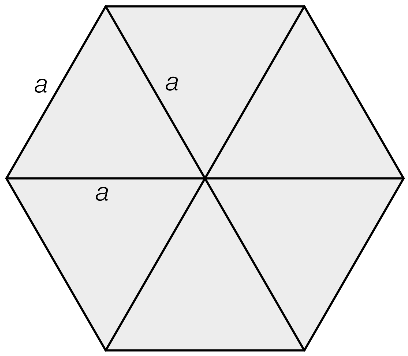
(R): E ... beim Setzen auf die Farbe „Rot“ gewinnt man bei 30 Spielen höchstens 10-mal

3) Die voraussichtlichen Baukosten des 6,2 Tonnen schweren *James Webb Space Telescope* (JWST) betragen 8,8 Milliarden Euro.
Man nimmt an, dass die Transportkosten ins Weltall € 12.000 pro Kilogramm des JWST betragen werden.

– Berechnen Sie die Summe aus Baukosten und Transportkosten in Milliarden Euro. (B)

Der Spiegel des JWST hat einen Flächeninhalt von insgesamt 25 m². Er besteht aus 18 gleich großen Modulen. Jedes dieser Module hat die Form eines regelmäßigen Sechsecks. Ein solches Sechseck besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken (siehe nachstehende Abbildungen).

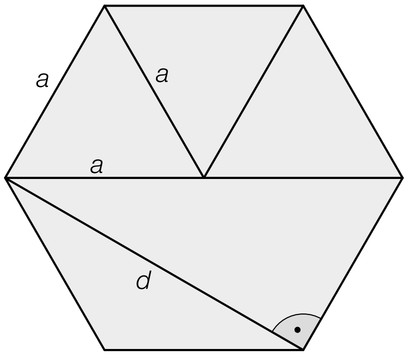




Bildquelle: NASA Goddard Space Flight Center / Chris Gunn from Greenbelt, MD, USA, CC BY 2.0, https://de.wikipedia.org/wiki/James-Webb-Weltraumteleskop#/media/File:James_Webb_Space_Telescope_Mirrors_Will_Piece_Together_Cosmic_Puzzles_(30108124923).jpg [06.03.2019].

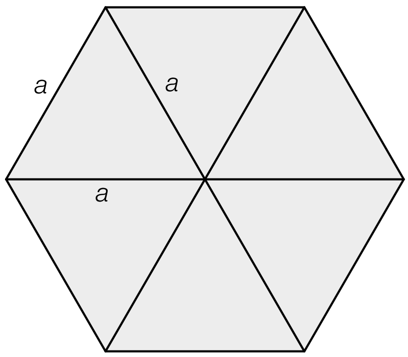
– Berechnen Sie die Seitenlänge *a* eines Sechsecks in Metern. (B)

– Stellen Sie aus a eine Formel zur Berechnung von d auf (siehe nachstehende Abbildung). (A)



$d =$ ____

– Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung ein Dreieck mit den Seitenlängen a und x und einem Winkel von 60° ein, für das der folgende Zusammenhang gilt:
$\sin(60°) = \frac{x}{a}$ (R)



Möglicher Lösungsweg:

(B): $8{,}8 \cdot 10^9 + 6\,200 \cdot 12\,000 = 8{,}874... \cdot 10^9$

Die Summe aus Baukosten und Transportkosten beträgt rund 8,87 Milliarden Euro.

(B): $A_{\text{Sechseck}} = \frac{25}{18}\ \text{m}^2$

$$\frac{25}{18} = 6 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}731...$$

Die Seitenlänge a beträgt rund 0,73 m.

(A): $d = \sqrt{3} \cdot a$

(R):