Name:	Datum:
Klasse:	

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai 2019

Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Kandidatinnen/Kandidaten**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Kompensationsprüfung

Sehr geehrte Kandidatin, sehr geehrter Kandidat!

Die vorliegenden Unterlagen zur Kompensationsprüfung umfassen fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind.

Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: Bei der „Aufgabenstellung“ müssen Sie die jeweilige Grundkompetenz nachweisen und bei der Beantwortung der anschließenden „Leitfrage“ sollen Sie Ihre Kommunikationsfähigkeit unter Beweis stellen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist für jede Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und für jede Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

Für die Beurteilung der Prüfung ergibt sich folgendes Schema:

Note	erreichte Punkte
„Genügend“	4 Grundkompetenzpunkte + 0 Leitfragenpunkte 3 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt
„Befriedigend“	5 Grundkompetenzpunkte + 0 Leitfragenpunkte 4 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt 3 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte
„Gut“	5 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt 4 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte 3 Grundkompetenzpunkte + 3 Leitfragenpunkte
„Sehr gut“	5 Grundkompetenzpunkte + 2 (oder mehr) Leitfragenpunkte 4 Grundkompetenzpunkte + 3 (oder mehr) Leitfragenpunkte

Über die Gesamtbeurteilung entscheidet die Prüfungskommission; jedenfalls werden sowohl die im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit dafür herangezogen.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Geraden im Raum

Gegeben sind Parameterdarstellungen der beiden Geraden g und h in $\mathbb{R}^3$:

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$h\colon X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ y \\ -4 \end{pmatrix}$$

mit $r, s, y \in \mathbb{R}$

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, welche gegenseitigen Lagebeziehungen (identisch; parallel, aber nicht identisch; schneidend; windschief) zwischen den beiden Geraden g und h möglich sind! Nennen Sie dabei jeweils den passenden Wert für die Koordinate y!

Leitfrage:

Gegeben sind Parameterdarstellungen der beiden Geraden $a\colon X = A + u \cdot \vec{a}$ und $b\colon X = B + v \cdot \vec{b}$ mit $u, v \in \mathbb{R}$.

Erläutern Sie für jede der beiden nachstehenden Beziehungen, welche Rückschlüsse jeweils über die Lagebeziehung der beiden Geraden g und h zueinander getroffen werden können!

- Es gilt: $\vec{a} = \lambda \cdot \vec{b}$ und $\overrightarrow{AB} = \mu \cdot \vec{a}$ mit $\lambda, \mu \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.
- Es gilt: $A \in b$ und $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Aufgabe 2

Funktionstypen

Gegeben ist eine Funktion in den drei Variablen a, b und c mit $a, c \in \mathbb{R}_0^+$ und $b \in \mathbb{R}^+$.
Es gilt: $f(a, b, c) = \frac{2 \cdot a}{b} + c^2$.

Aufgabenstellung:

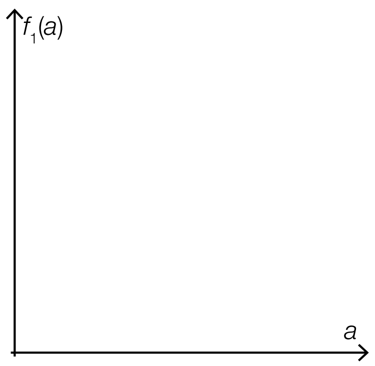
Die Funktionen f_1, f_2 und f_3, die aus $f(a, b, c)$ entstehen, wenn jeweils zwei der Variablen als konstant angenommen werden, sind wie folgt festgelegt:

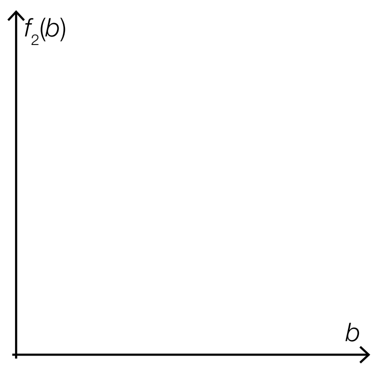
f_1: $a \mapsto f(a, b, c)$ für konstante Werte b und c

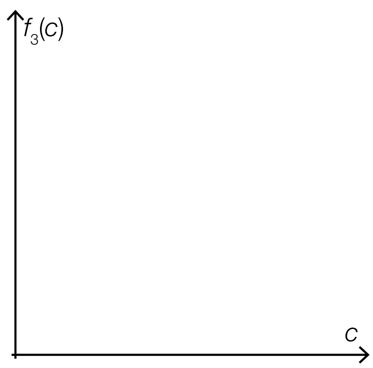
f_2: $b \mapsto f(a, b, c)$ für konstante Werte $a \neq 0$ und c

f_3: $c \mapsto f(a, b, c)$ für konstante Werte a und b

Skizzieren Sie für jede der Funktionen f_1, f_2, f_3 einen Graphen und geben Sie jeweils den zugehörigen Funktionstyp an!







Leitfrage:

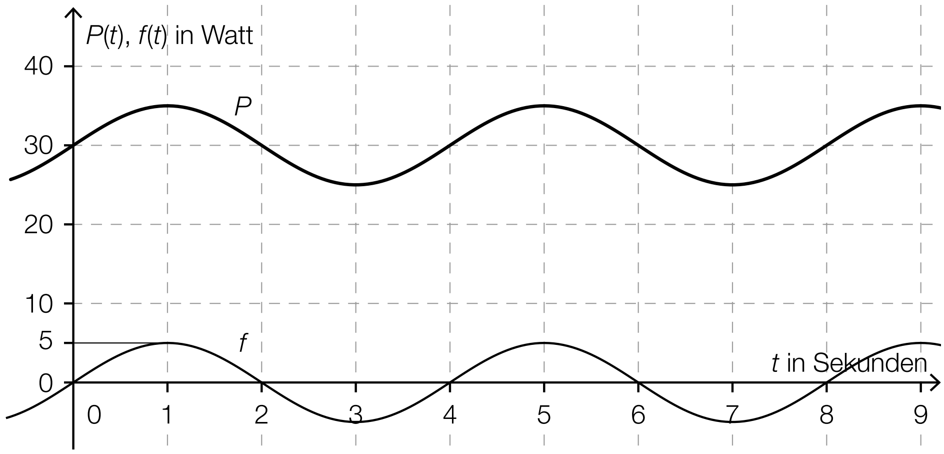
Geben Sie, sofern diese vorhanden sind, die Koordinaten der Schnittpunkte der oben skizzierten Graphen mit der senkrechten Achse in Abhängigkeit von den Parametern a, b und c an!

Geben Sie weiters an, welche der Funktionen f_1, f_2 und f_3 einen direkt proportionalen Zusammenhang beschreiben kann und welche Bedingung der (die) jeweilige(n) Parameter in diesem Fall erfüllen muss (müssen)!

Aufgabe 3

Leistung und Arbeit

Zwischen der in einem bestimmten Zeitintervall erbrachten Leistung P (in Watt = Joule/Sekunde) und der dabei verrichteten Arbeit W (in Joule) besteht ein funktionaler Zusammenhang.
Nachstehend ist der Graph einer Funktion P abgebildet, der die erbrachte Leistung $P(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t (in Sekunden) modellhaft darstellt. Weiters ist auch der Graph einer Funktion f abgebildet, für die gilt: $f(t) = P(t) - 30$ und $f(0) = 0$.



Aufgabenstellung:

Geben Sie unter Verwendung der Leistung P einen Ausdruck für die im Zeitintervall $[0, t_1]$ verrichtete Arbeit $W(t_1)$ an und bestimmen Sie anhand der Abbildung die im Intervall [0; 8] verrichtete Arbeit!

$W(t_1) =$ ________________________

$W(8) =$ ________________________ Joule

Leitfrage:

Geben Sie für den oben abgebildeten Graphen der Funktion f eine passende Funktionsgleichung an und berechnen Sie (mithilfe der Funktionen P und/oder f) die im Zeitintervall [0; 2] verrichtete Arbeit $W(2)$!

Aufgabe 4

Jungwald

Zu einem Zeitpunkt $t = 0$ besteht ein Jungwald aus 40 000 m^3 Holz.
Der Holzbestand $H(t)$ nach t Jahren wird durch die Funktion $H\colon [0; 20] \to \mathbb{R}$ mit $H(t) = 40\,000 \cdot e^{0{,}03 \cdot t}$ modelliert.

Aufgabenstellung:

Deuten Sie den Ausdruck $\frac{1}{4} \cdot \int_0^4 H(t)\,\mathrm{d}t$ im gegebenen Kontext und ermitteln Sie seinen Wert!

Leitfrage:

Es gilt: $\frac{H(1) + H(2) + \ldots + H(n)}{n} > \frac{1}{n} \cdot \int_0^n H(t)\,\mathrm{d}t$ für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq n \leq 20$.

Zeigen Sie, dass diese Aussage für $n = 4$ richtig ist, und begründen Sie anhand des Graphen von H, warum sie für alle $n \in \mathbb{N}$ zutrifft!

Aufgabe 5

Glücksrad

Im Zuge der Eröffnung eines Einkaufszentrums kann man durch Drehen eines Glücksrads einen Gewinn erzielen.

Das Glücksrad ist in 30 gleich große Sektoren unterteilt, die alle mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten können. Dabei sind 7 Sektoren rot und 3 Sektoren grün markiert, die restlichen Sektoren sind weiß markiert.
Man gewinnt einen Geschenkkorb, wenn der Zeiger nach Stillstand des Glücksrads auf einen grünen Sektor zeigt.
Man gewinnt ein Getränk, wenn der Zeiger nach Stillstand des Glücksrads auf einen roten Sektor zeigt.
Kommt der Zeiger bei einem weißen Sektor zum Stillstand, erhält man keinen Gewinn.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass jemand bei zweimaligem Drehen dieses Glücksrads genau ein Getränk und keinen Geschenkkorb gewinnt!

Leitfrage:

Geben Sie einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass man bei n-maligem Drehen dieses Glücksrads mindestens einen Geschenkkorb gewinnt!

Erläutern Sie die Bedeutung des Terms $0{,}1 \cdot n$ für die Gewinnerwartung bei n-maligem Drehen dieses Glücksrads!