Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

28. September 2017

Angewandte Mathematik

Teil A + Teil B (Cluster 2)

Korrekturheft

BMB
Bundesministerium
für Bildung

Korrektur- und Beurteilungsanleitung zur standardisierten schriftlichen Reife- und Diplomprüfung in Angewandter Mathematik

(Detaillierte Informationen dazu finden Sie für den BHS-Bereich im entsprechenden Erlass zur Beurteilung, der auf der Website https://ablauf.srdp.at/ abrufbar ist.)

Kompetenzbereiche

Im Beurteilungsmodell für die Angewandte Mathematik wird zwischen zwei Kompetenzbereichen unterschieden:

- *Kompetenzbereich A* (**KA**) umfasst die unabhängig[1] erreichbaren Punkte der Komplexitätsstufen 1 und 2 aus dem Kompetenzstufenraster.
- *Kompetenzbereich B* (**KB**) umfasst die abhängig erreichbaren Punkte und die Punkte der Komplexitätsstufen 3 und 4 aus dem Kompetenzstufenraster.

Die Summe der unabhängig erreichbaren Punkte aus den Komplexitätsstufen 1 und 2 (**KA**) stellt die „wesentlichen Bereiche" eines Klausurheftes dar.

Beurteilung

Als Hilfsmittel für die Beurteilung wird ein auf ein Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel angegeben. Je nach gewichteter Schwierigkeit der vergebenen Punkte in den „wesentlichen Bereichen" wird festgelegt, ab wann die „wesentlichen Bereiche überwiegend" (Genügend) erfüllt sind, d. h., gemäß einem Punkteschema müssen Punkte aus dem Kompetenzbereich A unter Einbeziehung von Punkten aus dem Kompetenzbereich B in ausreichender Anzahl abhängig von der Zusammenstellung der Klausurhefte gelöst werden. Darauf aufbauend wird die für die übrigen Notenstufen zu erreichende Punktezahl festgelegt.

Nach der Punkteermittlung soll die Arbeit der Kandidatin / des Kandidaten nochmals ganzheitlich qualitativ betrachtet werden. Unter Zuhilfenahme des Punkteschemas und der ganzheitlichen Betrachtung ist von der Prüferin / vom Prüfer ein verbal begründeter Beurteilungsvorschlag zu erstellen, wobei die Ergebnisse der Kompetenzbereiche A und B in der Argumentation zu verwenden sind.

Beurteilungsschlüssel für die vorliegende Klausur:

45–49 Punkte	Sehr gut
40–44 Punkte	Gut
34–39 Punkte	Befriedigend
23–33 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

[1] Unabhängige Punkte sind solche, für die keine mathematische Vorleistung erbracht werden muss. Als mathematische Vorleistung gilt z. B. das Aufstellen einer Gleichung (unabhängiger Punkt) mit anschließender Berechnung (abhängiger Punkt).

Handreichung zur Korrektur der standardisierten schriftlichen Reife- und Diplomprüfung in Angewandter Mathematik

1. In der Lösungserwartung ist nur **ein möglicher** Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen.

2. Der Lösungsschlüssel ist unter Beachtung folgender Vorgangsweisen **verbindlich** anzuwenden:

   a. Punkte sind nur zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung vollständig erfüllt ist.

   b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen bzw. Lösungswege von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen bzw. Lösungswege sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Das heißt zum **Beispiel**: Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler können vernachlässigt werden, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.

   i. Die Angabe von Einheiten kann bei der Punktevergabe vernachlässigt werden, sofern sie im Lösungsschlüssel nicht explizit eingefordert wird.

Aufgabe 1

Wellness

Möglicher Lösungsweg

a) $s(t) = -4 \cdot t + 60$

t ... Zeit in min
$s(t)$ ... Sandmenge zur Zeit t in g

b) $A = 18 + \int_3^{13} g(x)\,\mathrm{d}x$

$90 \cdot 56 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}97 = 5\,866{,}56$

Die Gesamtkosten betragen € 5.866,56.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)
b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Gesamtkosten (KA)

Aufgabe 2

Wechselkurse

Möglicher Lösungsweg

a) $F = (B - G) \cdot w$

b) $0{,}134 \cdot F + 3{,}83 = 0{,}135 \cdot F + 2{,}02$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $F = 1\,810$

Für Beträge in der Fremdwährung, die größer als 1 810 sind, ist die Möglichkeit A für die Urlauberin günstiger.

c) Diese Argumentation ist falsch, weil die Skalierung der y-Achse nicht bei 0 „beginnt“, sondern bei 7,56.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von F aus B, G und w (KA)
b) 1 × A: für die richtige Modellierung (KA)
1 × B: für das richtige Ermitteln der Beträge in der Fremdwährung, für die die Bezahlung mit der Möglichkeit A für die Urlauberin günstiger ist (KB)
c) 1 × D: für die richtige Erklärung, warum diese Argumentation falsch ist (KA)

Aufgabe 3

Äpfel

Möglicher Lösungsweg

a) Interquartilsabstand: $230 - 200 = 30$
3. Quartil: 230
$230 + 1{,}5 \cdot 30 = 275$

Äpfel mit einer Masse von mehr als 275 g werden als „Ausreißer nach oben" bezeichnet.

b) Berechnung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a < X < \mu + a) = 0{,}90 \quad \Rightarrow \quad [117{,}8;\ 282{,}2]$

c) Ein zufällig ausgewählter Apfel hat mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 % eine Masse zwischen 180 g und 200 g.

Aufgrund der Symmetrie der Glockenkurve gilt:
$P(X > 200) = 15\ \%$

d) X ... Anzahl der wurmstichigen Äpfel
Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = \frac{1}{30}$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 5) = 0{,}34133... \approx 34{,}13\ \%$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Angeben der Masse, ab der ein Apfel als „Ausreißer nach oben" bezeichnet wird (KA)
b) 1 × B: für die richtige Berechnung des symmetrischen Intervalls (KA)
c) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Fläche im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × C2: für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit (KB)
d) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)

Aufgabe 4

Unter Wasser

Möglicher Lösungsweg

a) $3{,}9 = 1 + 0{,}1 \cdot x \;\Rightarrow\; x = 29$
In einer Wassertiefe von 29 Metern herrscht ein Druck von 3,9 Bar.

b) In einer Tiefe von 20 Metern beträgt die Beleuchtungsstärke 5 000 Lux.
Toleranzbereich: [19,5; 20,5]
$f(x) = a \cdot b^x$
$a = 50\,000$
$5\,000 = 50\,000 \cdot b^{20} \;\Rightarrow\; b = \sqrt[20]{0{,}1} = 0{,}8912... \approx 0{,}891$
$f(x) = 50\,000 \cdot 0{,}891^x$
Geringfügige Abweichungen aufgrund der Verwendung anderer Punkte sind zulässig.

c) $v = \frac{s}{t} = \frac{0{,}57}{0{,}4 \cdot 10^{-3}}\text{ m/s} = 1\,425\text{ m/s}$

d) tatsächliche Größe: x
wahrgenommene Größe: $w = \frac{4}{3} \cdot x \;\Rightarrow\; x = \frac{3}{4} \cdot w$

Die tatsächliche Größe ist um 25 % kleiner als die wahrgenommene Größe.

Lösungsschlüssel

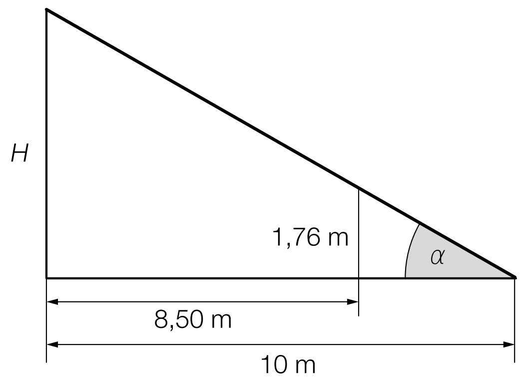
a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wassertiefe mit 3,9 Bar Druck (KA)
b) 1 × C: für das richtige Ablesen der Wassertiefe im Toleranzbereich [19,5; 20,5] (KA)
1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KB)
Geringfügige Abweichungen aufgrund der Verwendung anderer Punkte sind zulässig.
c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Schallgeschwindigkeit in m/s (KA)
d) 1 × A: für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes (KA)

Aufgabe 5

Maibaum aufstellen

Möglicher Lösungsweg

a)



$\tan(\alpha) = \frac{1{,}76}{1{,}5} \Rightarrow \alpha = 49{,}55...° \approx 49{,}6°$

b) $\tan(26{,}6°) = \frac{H}{50} \Rightarrow H = 25{,}03...$

$\tan(\gamma) = \frac{H}{25} \Rightarrow \gamma = 45{,}04...° \approx 45{,}0°$

Die Behauptung stimmt also nicht, weil $2 \cdot 26{,}6° \neq 45{,}0°$.

Auch eine richtige Argumentation mithilfe der allgemeinen Eigenschaften der Tangensfunktion ist zulässig.

c) $\sin(\gamma) = \frac{x}{H - x} \Rightarrow x = \frac{H \cdot \sin(\gamma)}{1 + \sin(\gamma)}$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen aller Größen in der Skizze (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Höhenwinkels α (KB)

b) 1 × D: für den richtigen Nachweis (KA)
Auch eine richtige Argumentation mithilfe der allgemeinen Eigenschaften der Tangensfunktion ist zulässig.

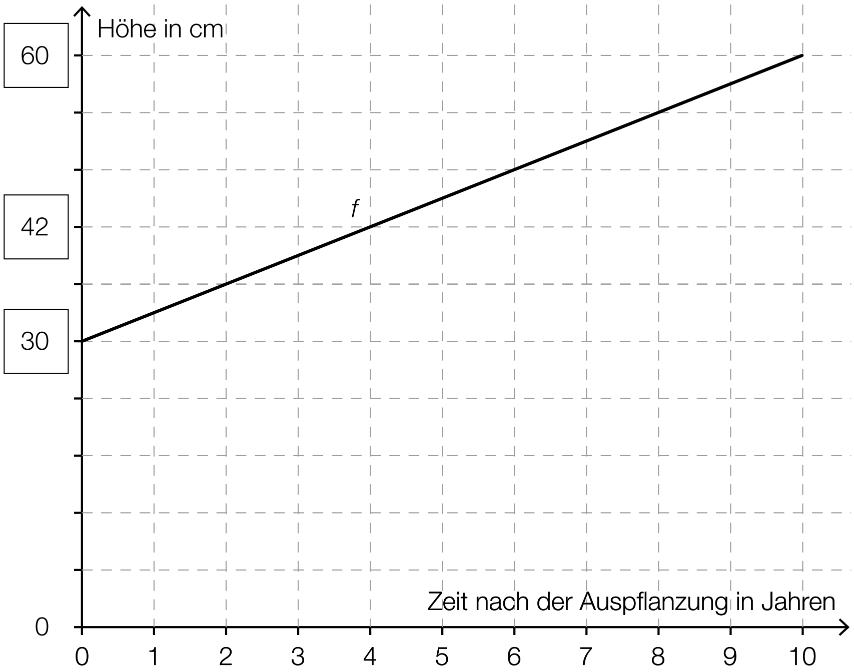
c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel (KB)

Aufgabe 6

Buchsbäume

Möglicher Lösungsweg

a)



b) Zeitpunkt des stärksten Höhenwachstums: $g''(t) = 0$
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $t = 6{,}16... \approx 6{,}2$

Etwa 6,2 Jahre nach der Auspflanzung ist das Höhenwachstum am größten.

Mit dem Ausdruck $g(5) - g(0)$ wird der (absolute) Höhenzuwachs in cm in den ersten 5 Jahren nach der Auspflanzung berechnet.

Lösungsschlüssel

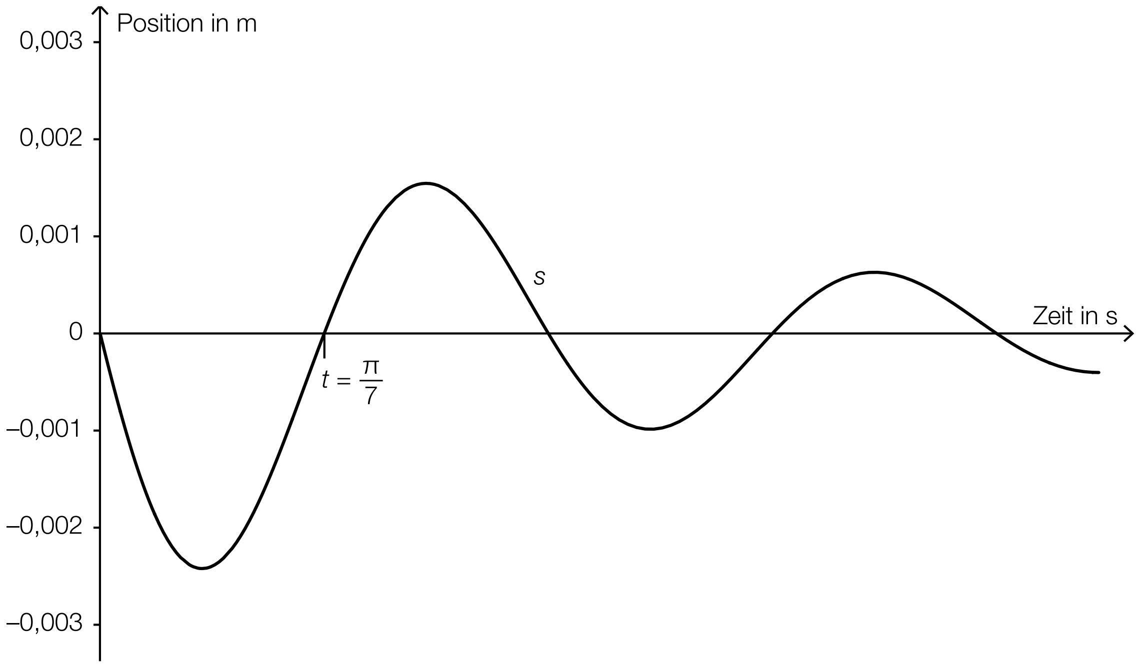
a) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Werte (KB)
b) 1 × B: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts des stärksten Höhenwachstums (KB)
(In der Grafik ist klar zu erkennen, dass an der Wendestelle das stärkste Höhenwachstum vorliegt. Eine rechnerische Überprüfung des Steigungsverhaltens der Funktion an der berechneten Stelle sowie eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.)
1 × C: für die richtige Beschreibung des Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang (KB)

Aufgabe 7 (Teil B)

Servomotor

Möglicher Lösungsweg

a)

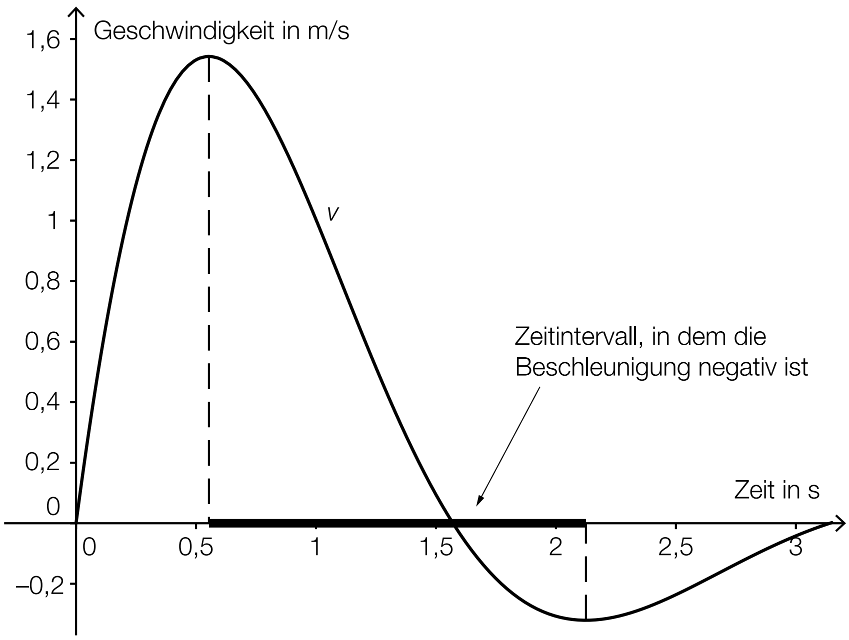


Nach $\frac{\pi}{7}$ Sekunden befindet sich das Bauteil erstmals wieder in der Ausgangslage.

Zeitpunkte mit Geschwindigkeit 0 ergeben sich aus: $s'(t) = 0$.

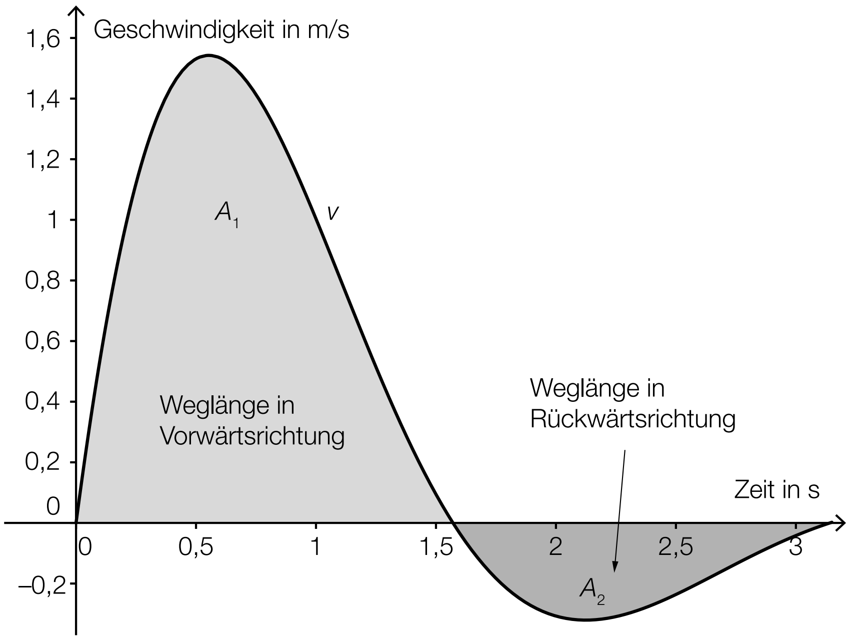
Lösung mittels Technologieeinsatz (für den ersten Zeitpunkt mit $s'(t) = 0$):
$t = 0{,}204...$
Nach etwa 0,20 Sekunden ist die Geschwindigkeit erstmals null.

b)



Da der Flächeninhalt oberhalb der Zeitachse (= Weglänge in Vorwärtsrichtung) deutlich größer ist als jener unterhalb der Zeitachse (= Weglänge in Rückwärtsrichtung), befindet sich das Werkstück am Ende der Bewegung nicht wieder in der Ausgangsposition.

oder:



$A_1 > A_2$

Lösungsschlüssel

a) 1 × C1: für das richtige Markieren der Stelle $t = \frac{\pi}{7}$ (KA)
1 × C2: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang (KB)
1 × B: für die richtige Bestimmung der ersten Extremstelle von s (KB)

b) 1 × C: für das richtige Markieren des Zeitintervalls zwischen den Extremstellen (KA)
1 × D: für die richtige Erklärung (KA)

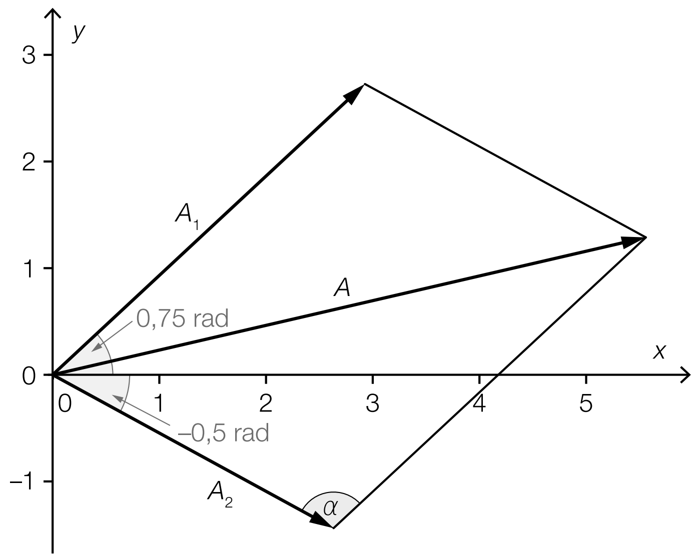
Aufgabe 8 (Teil B)

Bewegte elektrische Ladungen

Möglicher Lösungsweg

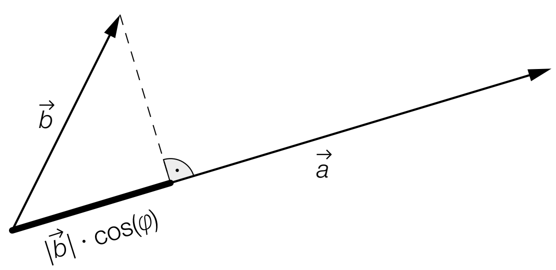
a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 8 & -4 & 0 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) Zeigerdiagramm:
($A_1 = 4$ und $A_2 = 3$ sind die Amplituden der Ströme i_1 und i_2, A ist die Amplitude des Gesamtstroms $i_1 + i_2$)



Der gesuchte Winkel α ist im obigen Diagramm eingezeichnet.
Der gesuchte Winkel α kann auch im oberen Eckpunkt des Paralellogramms eingezeichnet werden.

c)



Das Skalarprodukt ist für stumpfe Winkel negativ.

d) $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = -e \cdot \underbrace{(-\vec{v} \times \vec{B} + \vec{v} \times \vec{B})}_{=0} = 0$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Übertragen in Matrixschreibweise (KA)
b) 1 × A1: für die richtige Darstellung der beiden Ströme im Zeigerdiagramm (KA)
   1 × A2: für die richtige Darstellung des Gesamtstroms im Zeigerdiagramm (KB)
   1 × C: für das richtige Kennzeichnen des Winkels α (KB)
c) 1 × C1: für die richtige Veranschaulichung in der Skizze (KA)
   1 × C2: für die richtige Angabe zum Winkel φ (KB)
d) 1 × D: für den richtigen Nachweis (KA)

Aufgabe 9 (Teil B)

Sport und Gesundheit

Möglicher Lösungsweg

a) $h'(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t$

$h'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$

(Da es sich beim Graphen der Funktion h *um eine nach unten geöffnete Parabel handelt, muss der Nachweis, dass es sich dabei um eine Maximumstelle handelt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, nicht erbracht werden.)*

$0 = 60 \cdot \sin(30°) \cdot t - \frac{9{,}81}{2} \cdot t^2$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$(t_1 = 0)$, $t_2 = 6{,}11...$

Der Golfball kommt nach etwa 6,1 s wieder auf dem Boden auf.

Die Wurfweite ist umso größer, je größer $\sin(2 \cdot \alpha)$ ist; der maximale Wert dieses Ausdrucks ist 1:

$\sin(2 \cdot \alpha) = 1 \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot \alpha = 90° \quad \Rightarrow \quad \alpha = 45°$

Die Schlagweite ist bei dreifacher Abschlaggeschwindigkeit 9-mal so groß.

b) Der Sollwert der Vitalkapazität sinkt um $0{,}112 \cdot 10 \cdot 180 \text{ cm}^3 = 0{,}2016$ L.

c) $F_2 = \frac{588{,}6 \cdot \sin(82°)}{\sin(23°)} = 1\,491{,}7...$

$F_2 \approx 1\,492$ N

Lösungsschlüssel

a) 1 × D1: für den richtigen Nachweis zur maximalen Höhe (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts (KA)
1 × D2: für die richtige Argumentation (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung (KA)

b) 1 × B: für das richtige Ermitteln desjenigen Wertes, um den der Sollwert der Vitalkapazität sinkt (KA)
1 × A: für das richtige Übertragen des Ergebnisses in die Einheit Liter (KB)

c) 1 × B: für die richtige Berechnung von F_2 (KA)

Aufgabe 10 (Teil B)

Ebbe und Flut

Möglicher Lösungsweg

a) $A = 6$, $B = 6$
(keine Ablesetoleranz)

Die Periodendauer T ist 12, daher ergibt sich:
$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

$t_0 = 3$ h und $\varphi = -t_0 \cdot \omega$, daher ergibt sich:
$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
(*Jeder Wert* $\varphi = -\frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi$ *mit* $k \in \mathbb{Z}$ *ist als richtig zu werten.)*

b) Im Durchschnitt beträgt die Wassertiefe im Hafenbecken 6 m.

8:20 Uhr entspricht $t = \frac{25}{3}$
$H\left(\frac{25}{3}\right) = 5{,}15...$

Die Wassertiefe um 8:20 Uhr beträgt rund 5,2 m.
Man berechnet diejenigen Zeitpunkte (in h nach Mitternacht), zu denen der Wasserstand maximal bzw. minimal ist.

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für das richtige Ablesen von A und B (KA)
1 × B1: für das richtige Bestimmen von ω (KA)
1 × B2: für das richtige Bestimmen von φ (KB)

b) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Zahl 6 im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wassertiefe um 8:20 Uhr morgens (KA)
1 × C2: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang (KA)